Prof: Mr.Dhahbi.A	Devoir de Synthèse n° 3	Section: 3éme Sciences techniques 1
Lycée cité Ibn khaldoun	Epreuve de mathématiques	Durée : 3h ; Date : 29/05/2024

EXERCICE N°1:(3 points)

Prévision de lancement d'un nouveau produit, une société a effectué une enquête auprès des clients éventuels pour fixer le prix de vente de ce produit, les résultats sont donnés dans le tableau suivante:

Prix x_i de vente en dinars		9	10	11	12	14	15	16	17
Nombre y_i d'acheteurs		180	160	150	130	100	90	80	70

1°/ Représenter cette série par un nuage de point $M_i(x_i, y_i)$ dans un repère orthogonal .

2°/ a) Déterminer les coordonnés (x, y) du point moyen G_1 des quatre premiers points puis les coordonnés (x, y) du point moyen G_2 des quatre derniers points, placer les points sur la figure et tracer la droite (G_1G_2).

b) En supposant que la droite (G_1G_2) est une droite d'ajustement du nuage des points, estimer graphiquement le prix maximum pour qu'il ait au moins 50 acheteurs potentiels.

3°/ a) Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).

b) En déduire le nombre d'acheteur que l'on peut prévoir si le prix est à 13 dinars.

c) Déterminer le prix de vente pour que le nombre d'acheteurs soit supérieur ou égal à 250.

EXERCICE N°2:(5 points)

Une boite contient : quatre jetons blancs portent respectivement les numéros 1, 2, 2, 3.

trois jetons rouges portent respectivement les numéros 1, 2, 2. cinq jetons noirs portent respectivement les numéros 1, 1, 2, 2 et 3. Les boules sont indiscernables de toucher.

1°/ On tire simultanément et au hasard trois jetons de la boite.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants:

A :« Avoir trois jetons portant le même couleur ».

B :« Avoir la somme de numéro des jetons tirés est égal à 6 »

C :« Avoir trois jetons portant le même couleur et dont la somme de numéro est égal à 6 »

D:« Avoir trois jetons portant le même couleur ou dont la somme de numéro est égal à 6 »

2°/ Soit X le réel qui prend pour valeur le nombre de jeton rouge obtenu.

a) Montrer que les valeurs prises par X sont 0,1,2,3.
b) Calculer la probabilité de chacun des évènements $\{X=k\}$ avec $k \in \{0,1,2,3\}$.

3°/ On tire successivement et sans remise trois jetons de la boite.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

E : « Avoir trois jetons de couleurs différents».

G : « Obtenir un jeton rouge pour la première fois au troisième tirage ».

http://mathematiques.kooli.me/

EXERCICE N°3:(6points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On donne les points A(1, 2, 1) ; B(1,0, -1) , C(-1, 0, 0) et D(2,4,-2).

1°/a) Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan.

c) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : x - 2y + 2z + 1 = 0.

d) Déterminer l'aire du triangle ABC.

2°/ a) Montrer que ABCD est un tétraèdre.

b) Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.

3°/ Soit Δ la droite passant par I (4, 0, 2) et de vecteur directeur $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

a) Montrer qu'un système d'équations paramétriques de Δ est : $\begin{cases} x = 4+\alpha \\ y = -2\alpha \\ z = 2+2\alpha \end{cases}$ $\alpha \in IR$.

b) Vérifier que les droites (AB) et Δ ne sont pas coplanaires.

c) Montrer que la droite Δ est perpendiculaire au plan P.

d) Vérifier que les coordonnées du point d'intersection H de Δ et P est (3, 2, 0).

e) En déduire la distance entre le point H et le plan P.

EXERCICE N°4 :(6points)

Soit la suite $(U_n)_{n\geq 0}$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 2} \end{cases}$ $n \in IN$

1°/a) Démontrer, par récurrence, que pour tout n ∈ IN, $U_n \geq 2$.

b) Démontrer que pour tout n ∈IN, $U_{n+1} - U_n = \dfrac{\frac{1}{2}(4-U_n^2)}{U_{n+1}+U_n}$.

c) En déduire que la suite $(U_n)_{n\geq 0}$ est strictement décroissante.

2°/ Soit la suite définie sur IN par $V_n = U_n^2 - 4$ pour tout n ≥ 0.

a) Montrer que V_n est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ dont on déterminera le premier terme.

b) Exprimer (V_n) en fonction de n. En déduire la limite de (V_n) quand n tend vers $+\infty$.

c) Montrer que pour tout n ∈ IN, $U_n = \sqrt{4+5(\frac{1}{2})^n}$

d) En déduire la limite de (U_n) quand n tend vers $+\infty$.

3°/ a) Soit $S_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} U_k^2$. Montrer que $S_n = 10\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right] + 4n$.

b) Calculer $\lim_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n}$.

http://mathematiques.kooli.me/