Lycée Mohamed Ali - Sfax	Devoir de Synthèse : N°3	Date: 30/05/2024
3ème Sciences- Exper	Épreuve : Mathématique	Durée : 3 heures

Exercice 1 : QCM (2 pts)

Répondre par ***vrai*** ou ***faux*** **en justifiant la réponse**

1°/ Soit $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ RON de l'espace. La droite D passant par O et de vecteur directeur $\vec{k}$ est parallèle au plan $P : x + y - 2 = 0$

2°/ $\lim\limits_{n\to\infty} -\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^n = -\infty$

3°/Soit (U_n) une suite définie sur IN croissante et majorée par (-1) alors la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = \frac{1}{U_n}$ est :

a- Croissante

b- Majorée par 1

Exercice 2 : (4 pts)

Une urne contient 7 boules: $\begin{cases} \text{3 blanches numérotées: } -1\ ; 1\ ;\ 2 \\ \text{4 rouges numérotées: } -1;\ \ 1\ ; 1 : 2 \end{cases}$

1°/ On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

a- Calculer le cardinal de l'univers Ω.

b-Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Avoir 3boules de même couleur ».

B : « Le produit des nombres des trois boules tirées est négatif ».

C = A ∪ B.

D : «Avoir exactement une boule blanche numérotée -1».

2°/ On tire successivement et sans remise 3boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : «Avoir 3boules dont le produit est égale 1 ».

F : «Avoir les 2 premiers boules rouges et la troisième numérotée -1».

G : « Avoir 3boules de numéros différents »

3°/ On enlève deux boules blanches de l'urne puis on tire successivement et avec remise 5 boules de l'urne. On considère l'évènement A_n« Obtenir n fois une boule rouge ».

a- Montrer que $p(A_5) = \left(\frac{4}{5}\right)^5$

b- Montrer que $p(A_4) = \left(\frac{4}{5}\right)^4$

c- Calculer $p(A_3)$

Exercice 3 : (5 pts)

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{3+u_n}$; $\forall n \in \mathbb{N}$.

1°/ a- Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :$u_n > 0$.

b- Montrer que la suite (u_n) est décroissante

c- En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $0 < u_n \leq 1$

2°/ Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \frac{2+u_n}{u_n}$.

a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 3

b- Exprimer v_n en fonction de n et déduire que la suite (v_n) est divergente.

3°/a- Montrer que pour $n \in \mathbb{N}$; on a : $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \frac{2}{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}$

b- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4°/ Soit $S_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{2}{2+u_k}$; $n \in \mathbb{N}$

a- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$,on a : $1 - \frac{2}{2+u_n} = \frac{1}{v_n}$

b- En déduire que $1 - S_n = \frac{1}{6n}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$

c- Calculer, alors, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$

Exercice 4 : (4 pts)

Un laboratoire expérimente l'action d'un fertilisant (engrais). Le tableau suivant met en relation la quantité de fertilisant (en centaines de Kg) répondue et la quantité de foin (en tonne) récoltée après la première coupe sur huit sections de terrain.

quantité de fertilisant (100 Kg) X	1	2	4	5	6	7	9	10
quantité de foin (en tonne) Y	2	3	4	5	6	8	9	11

1°/Tracer le nuage des points dans un repère orthogonal du plan.

2°/ a- Calculer la moyenne $\overline{X}$ de la variable X

b- Calculer la moyenne $\overline{Y}$ de la variable Y

c- Placer le point moyen G de ce nuage sur le graphique.

3°/ a- Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 du premier sous nuage et les coordonnées du point moyen G_2 du deuxième sous nuage. Placer G_1 et G_2 dans le même repère

b- Donner l'équation de la droite de Mayer (G_1G_2)

4°/ a- Déterminer par un calcul une estimation de la quantité de foin récolté lorsque la quantité de fertilisant utiliser est de $250Kg$.

b- Vérifier la réponse graphiquement par un tracé en pointillés.

5°/ Estimer la quantité fertilisant lorsque la quantité de foin 12 tonne.

Exercice 5 : (5 pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.On considère les point $A(1;2;0)$; $B(0;1;2)$;$C(2;0;1)$ et $D(2;2;2)$.

1°/a- Vérifier que le triangle ABC est équilatéral

b- Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan (ABC)

c- Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC)

2°/On donne par la suite (ABC): $x + y + z - 3 = 0$

a- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (OD).

b- Calculer les coordonnées du point H tel que $(OD) \cap (ABC) = \{H\}$

c- Vérifier que H est le centre de gravité du triangle ABC.

3°/a- calculer la distance de D au plan (ABC)

b- Calculer la distance de A à la droite (OD).

4°/Soit le plan $Q : x - 2y + 4z - 6 = 0$.

a- Vérifier que $A \notin Q$.

b- Montrer que les plan (ABC) et Q sont sécants

c- Vérifier que $(ABC) \cap Q = (BC)$.