Ministère de l'éducation **Commissariat Régional** **De l'éducation Monastir** **Epreuve : MATHEMATIQUES**	**Devoir de Synthèse n°3 *Régional*** **2ème année sciences** **Durée :2H** — **Date :24/05/2025**

Exercice 1 (3 points)

Soit f la fonction définie sur $[-2,+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+2}$

1)a) Recopier et compléter le tableau suivant.

x	-2	2	7
$f(x)$			

b) Construire (Cf) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2) Soit la droite $\Delta : y = 2$.

a) Tracer Δ dans le même repère.

b) Résoudre graphiquement dans IR l'inéquation $f(x) \geq 2$.

3) Soit la fonction g définie sur $[-2,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x+2}+1}$.

a) Montrer que pour tout $x \in [-2,+\infty[$, $g(x) = f(x) - 1$.

b) Résoudre alors dans IR l'inéquation $g(x) \geq 1$.

Exercice 2 (7 points)

Dans l'annexe, page 5, on donne dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ une hyperbole (C_h), courbe représentative d'une fonction h définie sur IR*

I)1) À l'aide d'une lecture graphique.

a) Déterminer $h(1)$ et $h(-2)$.

b) Donner les variations de h sur son domaine de définition

2)On suppose dans la suite que $h(x) = a + \frac{b}{x}$ où a et b sont deux réels .

Montrer que $a = 1 \ et \ b = 2$.

3) Etudier la position relative de (C_h) par rapport à la droite $\Delta : y=1$

II) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = 4 - x^2$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)a) Montrer que f est une fonction paire.

b)Montrer que f est décroissante sur $[0,+\infty[$.

2) **a**)Vérifier que pour tout $x \in IR^*$, $h(x) - f(x) = \frac{(x+2)(x-1)^2}{x}$.

b) En déduire que (C_h) et (C_f) se coupent uniquement aux points A (1,3) et B (−2,0).

c) Déterminer la position relative de (C_f) par rapport à (C_h).

d) Tracer la droite Δ et la courbe (C_f).

3) **a**)Rrésoudre dans IR l'équation $f(x)=1$.

b)En s'aidant du graphique déterminer les réels x tels que $0 \leq 3 - x^2 < \frac{2}{x}$.

Exercice 3 (7 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

On considère les points A(2,0), $B(8,8)$, $C(0,4)$ et I (5,4).

1) Vérifier que I est le milieu du segment [AB].

2) Soit la droite Δ d'équation $3x+4y-6=0$.

a) Vérifier que A appartient à la droite Δ.

b) Montrer que les droites Δ et (AB) sont perpendiculaires.

3) Soit $(\mathscr{C})$ l'ensemble des points $M(x,y)$ du plan tel que $x^2+y^2-10x-8y+16=0$.

a) Montrer que $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre I et de rayon 5

b) Montrer que [AB] est un diamètre de $(\mathscr{C})$.

c)En déduire que la droite Δ est tangente au cercle $(\mathscr{C})$

4) a) Résoudre dans IR l'équation : $x^2-10x+16=0$.

b) En déduire que le cercle $(\mathscr{C})$ coupe l'axe des abscisses aux points A et D(8,0) .

5) a) Montrer que le cercle $(\mathscr{C})$ est tangent à l'axe des ordonnées au point C.

b) Vérifier que les droites (BC) et Δ sont sécantes au point E(−2,3).

6) Soit $N(a,b)$ un point du cercle $(\mathscr{C})$ distinct de A.

a)Montrer que l'aire du triangle AEN est $\mathcal{A}=\dfrac{1}{2}|3a+4b-6|$.

b) Calculer alors l'aire du triangle ACE.

c) Déterminer les coordonnées du point N telles que $\mathcal{A}=9$.

Exercice 4 (3 points)

Dans la figure ci-dessous SABCD est une pyramide dont la base ABCD est un carré de centre O et les faces sont des triangles équilatéraux.

I et J sont les milieux respectifs des segments [SA] et [SC].

1)Répondre sans justification par vraie ou fausse à chacune des affirmations suivantes.

a) Les droites (OD) et (IJ) sont sécantes

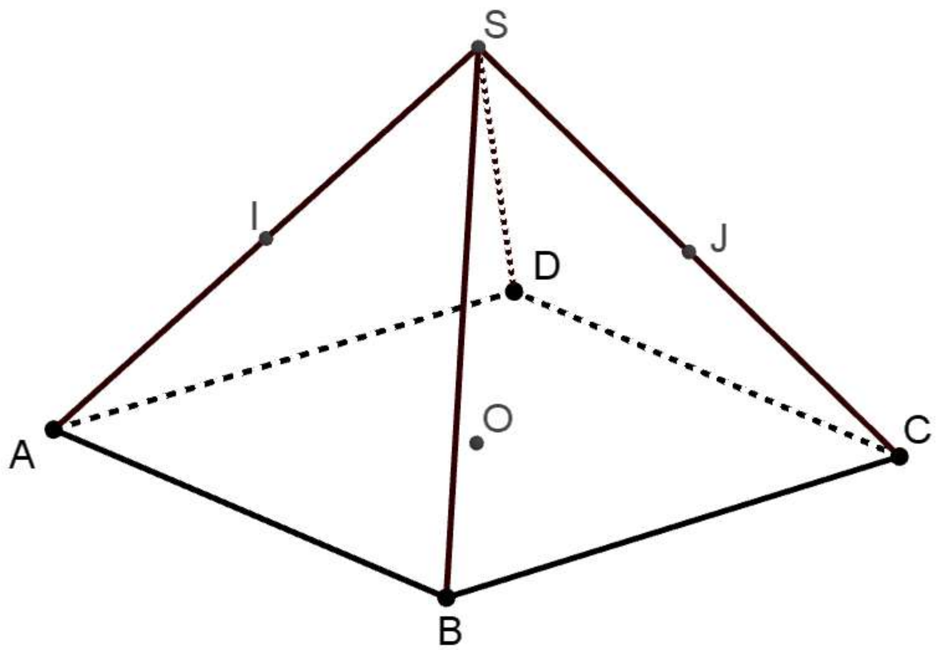
b) La droite (OI) et le plan (SDC) sont Parallèles.

c) Les plans (SIJ) et (ABC) sont sécants suivant la droite (AC).

2) a) Montrer que les droites (DJ) et (SC) sont perpendiculaires

b) Montrer que la droite (SC) est le plan (JBD) sont perpendiculaires.

c) Montrer alors que les droites (OJ) et (SC) sont perpendiculaires.



Annexe à rendre

Nom ………………………………………………………Prénom……………………………………………………….

Exercice 2