Lycée :Ennozha Zaghouan	Devoir de synthèse N°2 Durée :3 heures	Epreuve :Mathématiques
Année scolaire : 2011/2012		Classe : $4^{ième}$ Sc-Exp2

Exercice 1 (4points)

Les réponses aux questions de cet exercice seront données **avec justification**.

A)Vrai ou Faux ?

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes

1/ *Soit f la fonction définie sur IR par :* $f(x) = ln\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$.*La fonction f est impaire.*

2/ *Soit g la fonction définie sur IR par :* $g(x) = ln\left(1+e^x\right)$ *et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé .La droite Δ d'équation y=x est une asymptote oblique à C au voisinage de +∞.*

B) Q.C.M

Pour chacun des énoncés suivants une seule affirmation est exacte. Attribuer la lettre qui désigne le choix au numéro de l'énoncé.

L'espace $\mathscr{E}$ *est muni d'un repère orthonormé direct* $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.*A et B étant deux points de* $\mathscr{E}$.

1/ *L'ensemble des point M de* $\mathscr{E}$ *tels que* $\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right).\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=0$ *est*

a) *une droite.* **b)** *un plan.* **c)** *une sphère.*

2/ *Soit* (S) *la sphère dont une équation cartésienne est :* $x^2+y^2+z^2-2x+4z-6=0$ *et* (P) *le plan dont une équation cartésienne est : x+y+z-5=0.*

a) *La sphère* (S) *et le plan* (P) *sont disjoints.*

b) *La sphère* (S) *et le plan* (P) *sont tangents.*

c) *La sphère* (S) *et le plan* (P) *sont sécants suivant un cercle.*

Exercice 2 (4points)

Dans la **figure1** *ci-dessous, on a représenté deux courbes* C_1 *et* C_2 *:l'une associée à une fonction f dérivable sur IR et l'autre à sa fonction dérivée f '.Les courbes* C_1 *et* C_2 *admettent chacune une branche infinie parabolique au voisinage de -∞ de direction* $\left(O,\vec{j}\right)$ *et une asymptote horizontale au voisinage de +∞.La courbe* C_1 *admet au point* $A\left(1\,,\,1+\frac{1}{e}\right)$ *une tangente horizontale.*

PartieA

1/ *Montrer à l'aide du graphique que* C_1 *est la courbe de f et que* C_2 *est celle de sa dérivée f'.*

2/ *Lire sur le graphique :*

a) $f(0)$ *et* $f'(0)$.

b) $f(1)$ *et* $f'(1)$.

3/ *Déterminer graphiquement* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

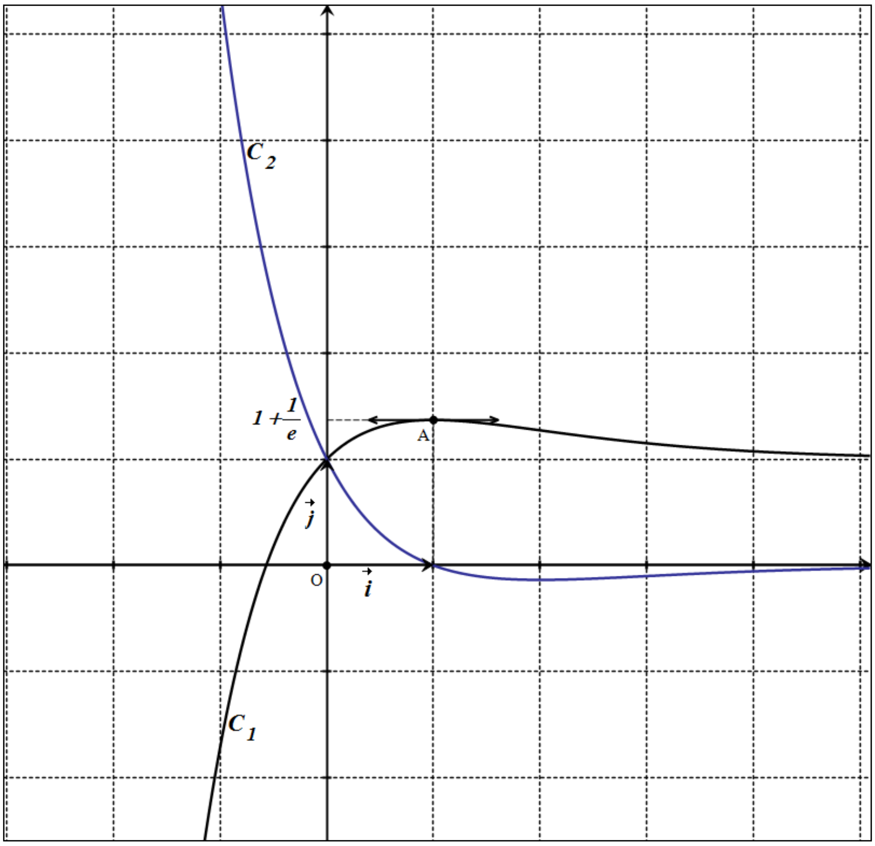
<u>PartieB</u>

On donne $f'(x) = (ax+b)e^{-x}$ *où a et b sont deux nombres réels.*

1/*Utiliser* **2**/ *pour montrer que* $a=-1$ *et* $b=1$.*Ainsi* $f'(x)=(1-x).e^{-x}$

2/ *En déduire que* $f(x) = x.e^{-x}+1$.

3/ *Etablir une relation entre* $f(x)$ *et* $f'(x)$ *et en déduire la primitive F de f sur IR qui s'annule en* 0.



(*Figure*1)

<u>*Exercice* 3 (5 *points*)</u>

Soit g la fonction définie sur D= IR$\setminus\{-1,1\}$ *par* $g(x)=ln\left|\dfrac{x-1}{2(x+1)}\right|$ *et* (Γ) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ *Déterminer* $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x\to-1} g(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$.

2/ a) *Montrer que* $\forall x \in D, g'(x)=\dfrac{2}{x^2-1}$

b) *Dresser le tableau de variation de g.*

c) *Résoudre dans IR l'équation* $g(x)=0$.

d) *Montrer que le point* $S(0,-ln2)$ *est un centre de symétrie pour* (Γ).

3/ *On désigne par h la restriction de g à l'intervalle I=* $]1,+\infty[$.

a) *Montrer que h réalise une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera.*

b) *Montrer que* $\forall x \in J, h^{-1}(x)=\dfrac{1+2e^{x}}{1-2e^{x}}$

Exercice 4 (7points)

L'espace $\mathscr{E}$ *est muni d'un repère orthonormé direct* $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$*.On donne les points* $A(-3,0,0)$ *;* $B(-1,-1,0)$ *et* $C(-1,0,1)$.

1/a) *Déterminer les composantes du vecteur* $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$*.En déduire que les points A,B et C déterminent un plan* (P).

b) *Donner une équation cartésienne du plan* (P).

c) *Vérifier que l'aire du triangle ABC est égale à* $\dfrac{3}{2}$

2/ *On désigne par* Δ *la droite dont une représentation paramétrique est :* $\begin{cases} x = -3-2\alpha \\ y = -4\alpha \\ z = 4\alpha \end{cases}$; $\alpha \in IR$

a) *Montrer que* Δ *est perpendiculaire au plan* (P) *en A.*

b) *Montrer que le point* $E(-2,2,-2)$ *appartient à* Δ.

c) *Calculer le volume du tétraèdre EABC.*

3/ *Soit* $(S)=\{M(x,y,z) \in \mathscr{E}$ *tels que* $x^2+y^2+z^2+4x-4y+4z-2=0\}$.

a) *Montrer que* (S) *est une sphère de centre E dont on précisera le rayon R.*

b) *Vérifier que B et C sont deux points de* (S).

c) *Justifier que le plan* (P) *coupe la sphère suivant un cercle* (Γ) *dont on donnera le centre et le rayon r.*

4/ *Déterminer une équation cartésienne du plan* (Q) *tangent à la sphère* (S) *en B.*