Ministère de l'éducation **Commissariat Régional** **De l'éducation Monastir** **Epreuve : MATHEMATIQUES**	**Devoir de Synthèse n°2*Régional*** **2iéme année sciences** **Durée :2H** — **Date :12/03/2025**

Exercice 1(4 points)

Une entreprise compte **40 employés**.

Le tableau suivant représente **le nombre d'années d'expérience** de chaque employé :

Années d'expérience	1	2	4	6	7	10
Nombre d'employés	6	8	10	9	6	1

1)Donner le mode et l'étendue de cette série.

2)Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série.

3) Calculer le pourcentage d'employés ayant moins de 4 ans d'expérience.

4)l'entreprise attribue une prime annuelle aux employés en fonction de leur nombre d'années d'expérience.

La prime annuelle est attribuée selon la règle suivante :

- Moins de 3 ans d'expérience : 500 DT.
- Entre 3 et 5 ans d'expérience : 1000 DT.
- 6 ans et plus : 1500 DT.

a) Recopier et compléter le tableau suivant.

Prime annuelle	500	1000	1500
Nombre des employer	14		

b) Calculer le montant total des primes versées par l'entreprise.

5) Un employé prend sa retraite et est remplacé par un nouvel employé sans expérience

la moyenne d'année d'expérience diminue de **3 mois**.

Déterminer le nouveau montant total des primes versées par l'entreprise.

Exercice 2 (6 points)

1)Soit (u_n) une suite arithmétique définie sur IN de raison r telle que $u_2 = 5$ et $u_6 = 15$.

a)Montrer que r $= \frac{5}{2}$

b)En déduire que pour tout n ∈ IN ;$u_n = \frac{5}{2}n$.

2) Soit la suite (v_n) définie sur IN par $v_n = u_{2n}$.

a)Calculer v_1 *et* v_3

b)Montrer (v_n) est une suite arithmétique de raison 5.

3)Pour n∈ IN^*, on pose $S_n = u_0 + u_2 + \cdots + u_{2n}$.

a)Montrer que $S_n = \frac{5n(n+1)}{2}$.

b)Déterminer n sachant que $S_n = 105$.

4)Soit la suite (t_n) définie sur IN par $t_n = 2^{5n}$.

a)Vérifier que $t_0 = 1$.

b)Montrer que (t_n) est une suite géométrique de raison 32.

5)Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

a)Montrer $t_0 + t_1 + .. + t_{n-1} = \frac{2^{5n} - 1}{31}$.

b)En déduire que , $2^{5n} - 1$ est divisible par 31.

c)Montrer alors que $4^{S_n} - 1$ n'est pas un nombre premier.

Exercice 3 (4 points)

Pour tout réel x de $[0, \pi]$, on considère l'expression $f(x) = 2\cos^2 x + \sin x - 2$.

1) Calculer $f(0)$ et $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

2)a) Montrer que pour tout $x \in [0, \pi]$, $f(\pi - x) = f(x)$.

b)Montrer alors que $f\left(\frac{\pi}{7}\right) + f\left(\frac{3\pi}{7}\right) - f\left(\frac{4\pi}{7}\right) - f\left(\frac{6\pi}{7}\right) = 0$

3)**a**)On doone $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. Montrer que $\cos^2\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{5+\sqrt{5}}{8}$

b)Calculer alors $f\left(\frac{9\pi}{10}\right) + f\left(\frac{\pi}{10}\right)$.

4)**a**)Montrer que pour tout $x \in [0, \pi], f(x) = sin(x) - 2sin^2(x)$.

b) Résoudre alors dans $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$, l'équation , $f(3x) = 0$.

Exercice 4 (6 points)

On donne ci-dessous, un carré indirect ABCD de centre O et E le symétrique de C par rapport à B.

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments de [AB] et [AD].

I)Soit **h l'homothétie de centre A est de rapport** $\frac{1}{2}$.

1) Justifier que h(B)=I , h(C)=O et h(D)=J

2)En déduire que le quadrilatère AIOJ est un carré.

II)Soit **R la rotation indirect de centre A** et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1)a) Justifier que R(B)=D.

b) Montrer que AE=$\sqrt{2}AB$. En déduire que AE=AC.

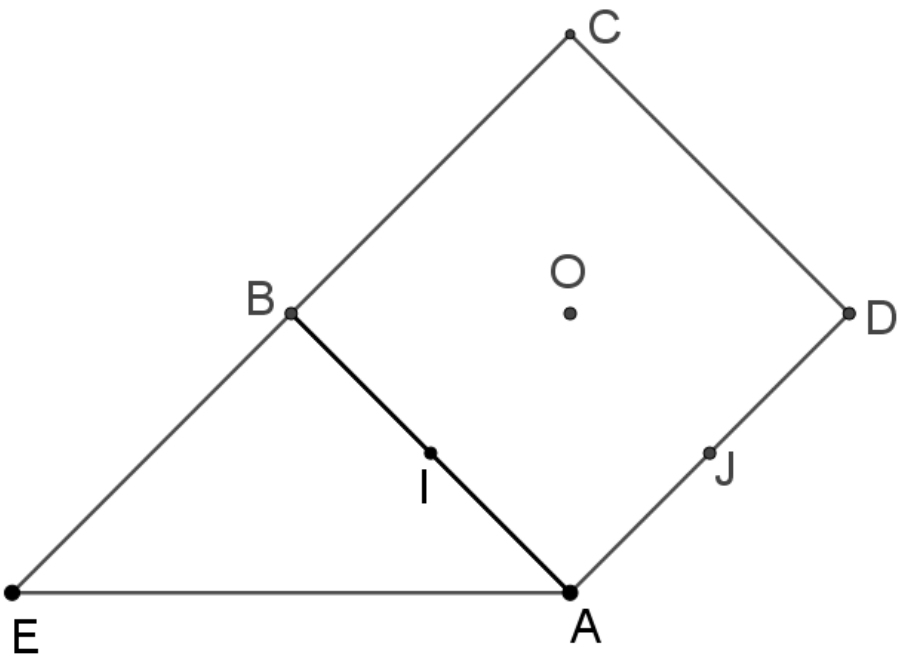
c)Montrer alors que R(E)=C.

d) Déterminer alors l'image de la droite (BE) par R.

2)a) Montrer que R(I)=J.

b) Déduire que les droites (ID) et (CJ) sont perpendiculaires.

3)Soit ($\mathscr{C}$) le cercle de centre B et passant par C et ($\mathscr{C}'$) son image par R.

La droite (CJ) recoupe le cercle ($\mathscr{C}$) en M et recoupe le cercle ($\mathscr{C}'$) en N .

Montrer que le triangle AMN est rectangle et isocèle en A .