

Exercice 1 (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- 1) $\frac{(x-2)(1-2x)}{x^2-1} \leq 0$
- 2) $(x-1)^3 < (x-1)^2(2x+3)$.
- 3) $|4x-2| \geq |6x-3| - 5$
- 4) $x^2 \leq 12 - 4\sqrt{3}$

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction affine de coefficient 7 et telle que $f(\frac{-\sqrt{3}}{7}) = 0$

Le plan est muni d'un repère (O, I, J)

- 1) a) Vérifier que $f(1) = 7 + \sqrt{3}$.
b) Déterminer $f(x)$ en fonction de x , pour tout réel x .
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = x$.
- 2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{1}{7}x - \frac{\sqrt{3}}{7}$.
a) Montrer que : $M(\alpha, \beta) \in C_f$ signifie que $N(\beta, \alpha) \in C_g$
b) En déduire que le point $A(-\frac{\sqrt{3}}{6}, -\frac{\sqrt{3}}{6})$ appartient à la droite C_g .
- 3) Sur la figure de la page annexe on a tracé dans le repère (O, I, J) , la droite C_f la représentation graphique de la fonction f .
a) Construire dans le même repère les droites $\Delta : y = x$ et C_g .
b) Résoudre graphiquement et dans $\mathbb{R} : f(x) \leq x \leq g(x)$.

Exercice 3 (3 points)

Répondre par Vrai ou faux à chacune des propositions suivantes.

- 1) Deux vecteurs colinéaires à un même troisième vecteurs sont forcément colinéaires.
- 2) L'image d'un carré ABCD de centre O par $t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}}$ est un carré de centre C.
- 3) A et B sont deux points distincts et Δ est une droite du plan.
Si $t_{\overrightarrow{AB}}(\Delta) = \Delta$ alors la droite Δ passe par les points A et B
- 4) A, B, M et N quatre points du plan.
Si $t_{\overrightarrow{AB}}(M) = N$ et $t_{\overrightarrow{AB}}(N) = M$ alors les points A et B sont confondus ou les points M et N sont confondus

Exercice 4 (7 points)

Soit ABC un triangle.

On considère le point E du plan défini par $3\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EB}$.

- 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.
b) Construire E.
- 2) Soit le point F tel que $\overrightarrow{EF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$.
a) Montrer que les points A, F et C sont alignés.
b) Justifier que les droites (EF) et (AC) sont sécantes.
c) Construire alors F.
- 3) Soit G le point tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$. Montrer que (CE) // (GB)
- 4) Les segments [EG] et [BC] se coupent en H.
Montrer que $5\overrightarrow{HE} + 2\overrightarrow{HG} = \vec{0}$.
- 5) On considère le points I et J milieux respectifs des segments [EC] et [BG]. Montrer que les points A, H, I et J sont alignés.