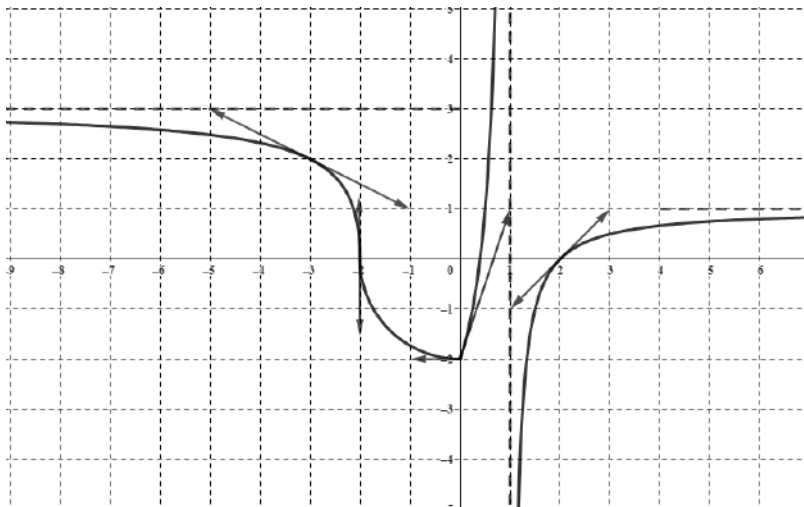


Exercice 1: (6pts)

On donne dans la figure ci-contre $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'une fonction f .
Les droites : $\Delta_1 : y = 3$; $\Delta_2 : y = 1$;
et $\Delta_3 : x = 1$ sont des asymptotes à $\mathcal{C}_f$.

**I. Par lecture graphique**

1°/a- Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

b- Déterminer les Intervalles où la fonction f est continue

2°/ Déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

3°/ a- Déterminer en justifiant la réponse : $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{f(x)}{x+2}$ et $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{f(x)}{x+2}$

b- Déterminer en justifiant la réponse : $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)+2}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)+2}{x}$

4°/ a- Justifier que pour tout $x \in]-\infty; -2[$, on a : $f'(x) \leq 0$ et que $f'(-3) = -\frac{1}{2}$

b-Déterminer en justifiant $f'(2)$.

II. Soit la fonction g définie par $g(x) = f^2(x)$ et $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative

1°/Déterminer D_g l'ensemble de définition de g

2°/Montrer que la fonction g est dérivable en (-3) et que $g'(-3) = -2$

3°/a- Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse (-3)

b- Déterminer une approximation affine de $g(-2,9)$

Exercice 2 : (6 pts)

I. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative

1°/a- Calculer les limites de f en $(+\infty)$ et en $(-\infty)$

b- Justifier que la fonction f continue dérivable sur $\mathbb{R}$

2°/a- Montrer que pour tout on a : $f'(x) = 6(x^2 + x - 2)$.

b-Dresser le tableau de variation de f .

3°/a- Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.

II. Soit la fonction g définie par $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{4x^2 + 1} - 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1°/a-Montrer que la fonction g est continue en 0

b- Montrer que la fonction g est continue sur $\mathbb{R}$

c- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

2°/a-Justifier que la fonction g est dérivable à gauche en 0 et que $g'_g(0) = -12$

b- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)-1}{x}$. La fonction g est-elle dérivable à droite en 0 ?

c- La fonction f est-elle dérivable en 0? Justifier et Interpréter graphiquement

Exercice 3 : (4pts)

Soit $f(x) = \sqrt{2} \sin(2x) + \sqrt{2} \cos(2x) - \sqrt{2}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$

1°/ Calculer $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

2°/a- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(\pi + x) = f(x)$

b- En déduire $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

3°/ a- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}$

b- En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{7\pi}{12}$

4°/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

Exercice 4 : (4pts)

Dans la figure ci-contre $ABCD$ est un losange de centre O tel que $AB = 2$ et $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$.

Soit H le projeté orthogonale de C sur (AB) .

1°/a- Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

b- Montrer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$

c- En déduire que $BH = 1$

2°/a- Montrer que $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BH} = 1$

b- Montrer que $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BO} = 1$

c- En déduire que $(BC) \perp (OH)$

3°/ Soit $\mathcal{C}$ l'ensemble des points M du plan tel que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = -2$

a- Justifier que $B \in \mathcal{C}$

b- Montrer que $\mathcal{C}$ est le cercle de diamètre $[BD]$

