Exercice 1 : (5pts)

On donne dans le plan complexe $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$ les trois points A ; B et C d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$; $z_B = iz_A$ et $z_c = z_A + z_B$

1°/ a- Ecrire z_A sous la forme trigonométrique

b- En déduire une écriture trigonométrique de z_B

2°/ a- Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

b- En déduire que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O.

3°/ a- Montrer que $OACB$ est un carré.

b- Tracer un repère $(O;\vec{u};\vec{v})$ et placer les points A ; B et C

4°/ a- Ecrire sous la forme algébrique le nombre complexe z_c

b- En déduire $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$

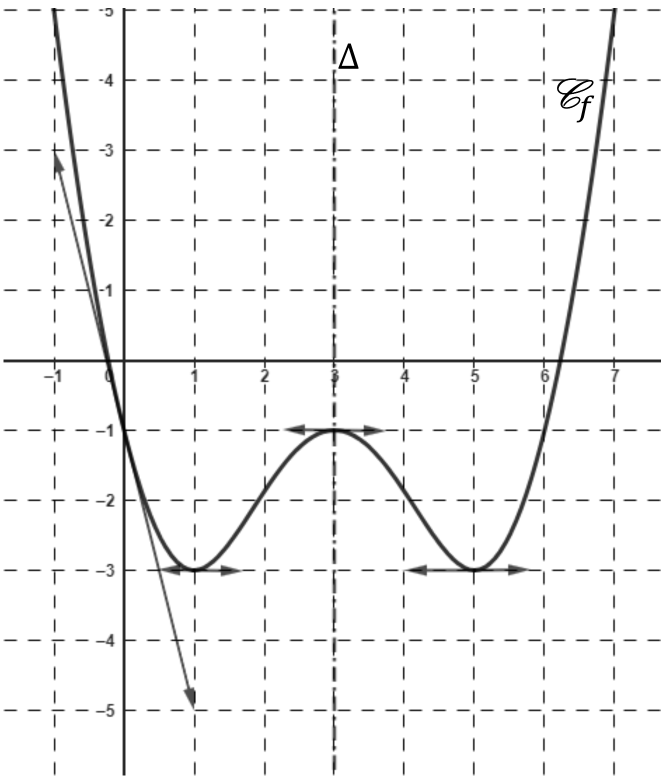
5°/ Soit l'ensemble $\mathcal{E} = \left\{M(z); z \in \mathbb{C} \text{ tel que } \left|\frac{z-1-i\sqrt{3}}{z+\sqrt{3}-i}\right| = 1\right\}$

a- Vérifier que $O \in \mathcal{E}$

b- Montrer que $\mathcal{E} = (OC)$

Exercice 2 : (4pts)

Dans la figure ci-contre on a tracé $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$, et les tangentes au points d'abscisses $0; 1; 3$ et 5. La courbe admet des branches paraboliques au voisinage de $(+\infty)$ et au voisinage de $(-\infty)$



1°/ Par une lecture graphique

a- Déterminer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ puis $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

b- Déterminer $f'(0)$.

c- Déterminer les extremum de f.

2°/ Dresser le tableau de variation de f (y-compris le signe de $f'(x)$)

3°/ La courbe $\mathscr{C}_f$ est symétrique par rapport la droite $\Delta: x = 3$

a- Montrer que pour tout réel x, on a : $f'(x) = -f'(6-x)$

b- On déduire $f'(6)$.

4°/ Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f^2(x) + 2f(x)$.

a- Déterminer la limite de g en $(+\infty)$ et en $(-\infty)$

b- Montrer que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et écrire g' en fonction de f et f'.

c- Dresser le tableau de variation de la fonction g.

Exercice 3 : *(6pts)*

Soit la fonction f *définie sur* $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ *par* $f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-2}$

On désigne par $\mathscr{C}_f$ *la courbe représentative de la fonction* f *dans un repère orthogonal* $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$

1°/ *a-* *Calculer :* $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ *et* $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ *Interpréter graphiquement les résultats obtenus.*

b- *Calculer :* $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

c- *Montrer que la droite* $\Delta: y=x$ *est une asymptote à* $\mathscr{C}_f$ *au voisinage de* $(+\infty)$ *et au voisinage de* $(-\infty)$.

2°/*Etudier la position* $\mathscr{C}_f$ *par rapport la droite* Δ

3°/*a-* *Montrer que* f *est dérivable sur* $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ *et que* $f'(x)=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$.

b- *Dresser le tableau de variation de la fonction* f

c-*Tracer* $\mathscr{C}_f$

4°/ *Soit la fonction* g *définie par* $g(x)=\frac{|x-1|(x-1)}{|x-1|-1}$ *et* $\mathscr{C}_g$ *sa courbe représentative dans le même repère*

a- *Déterminer l'ensemble de définition de* g

b- *Montrer que le point* $I(1;0)$ *est un centre de symétrie de* $\mathscr{C}_g$

c- *Justifier que les deux courbes* $\mathscr{C}_f$ *et* $\mathscr{C}_g$ *sont confondues sur* $[1;2[\cup]2;+\infty[$

d- *En déduire une construction de* $\mathscr{C}_g$ *à partir de* $\mathscr{C}_f$

Exercice 4 : *(5pts)*

Dans l'espace muni d'un repère Cartésien $(O\,,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ *on considère les points* $A(1,-1,-1)$, $B(2,1,3)$ *, et* $C(0,3,1)$.

1°/ *On donne la droite* Δ *définie par la représentation paramétrique* $\Delta:\begin{cases}x=3+2\alpha\\ y=2+\alpha\\ z=4+3\alpha\end{cases}$ $;\alpha\in\mathbb{R}$

a- *Déterminer un point* D *et un vecteur directeur* $\vec{u}$ *de la droite* Δ.

b- *Vérifier que les deux droites* (AB) *et* Δ *ne sont pas parallèles.*

2°/ *a-* *Déterminer une représentation paramétrique de la droite* (AB).

b- *Montrer que les deux droites* (AB) *et* Δ *sont non coplanaires.*

3°/ *Déterminer une équation cartésienne du plan* (ABC)

4°/ *On donne* $(ABC): 2x+y-z-2=0$

a-*Vérifier que la droite* Δ *et le plan* (ABC) *sont sécants.*

b- *Si* Δ *perse le plan* (ABC) *en un point* E. *Calculer les coordonnées de* E.