Lycée Secondaire Cité des journalistes	Devoir de synthèse n°1	Prof :Khammour.K
Année Scolaire 2024/2025		Durée : 2h
Classe 3èmeM		Date : 12/12/2024

Exercice n°1 : (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Dans **la figure** de l'annexe ci-jointe (C_f) est la représentation graphique d'une fonction f définie sur IR.

Répondre graphiquement aux questions suivantes:

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-2}{f(x)-x}\right)$.

2) Déterminer $f'(-1)$, $f_d'(0)$,$f'(-2)$ $\lim\limits_{x\to(-4)^-}\dfrac{f^2(x)-4}{x+4}$, $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{2x}{f(x)-2}$ et $f_d'(-4)$.

3) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=\left(x^3-3x+1\right)f(x)$

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to(-2)}\dfrac{g(x)-g(-2)}{x+2}=3$

b) Ecrire une équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse (-2).

Exercice n°2 : (7 points)

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{6x^2-22x+11}{2x-6} & \text{si } x\le 1 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3x}-2}{x-1} & \text{si } x>1 \end{cases}$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative

1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f

b) Montrer que f est continue en1

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que la droite d'équation $y=3x-2$ est une asymptote oblique

à(C_f) au voisinage de $-\infty$

3) Soit g la fonction définie sur $]-\infty,-3]\cup[0,+\infty[$ par $g(x)=\sqrt{x^2+3x}$

(Cg) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

a) Etudier la dérivabilité de g à droite en 0 et à gauche en (-3). Interpréter graphiquement les résultats obtenus

b) Montrer que g est dérivable en 1

4) a) Montrer que g est dérivable en tout réel a de $]-\infty,-3[\cup]0,+\infty[$ et on a $g'(a)=\dfrac{2a+3}{2\sqrt{a^2+3a}}$

b) Existe-t-il des tangentes parallèles à la droite d'équation $y = x+7$

c) Déterminer le point de (Cg) où la tangente passe par le point $A(2\,,0)$

5) Soit a un réel de $]-\infty,-3[\cup]0,+\infty[$

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{xg(a)-ag(x)}{x-a}=g(a)-ag'(a)$

b) En déduire $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3\left(x\sqrt{2}-\sqrt{x^2+3x}\right)}{x-3}$

<u>Exercice n°3 : (5,5 points)</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$

Dans la **figure 2** de l'annexe ci-jointe (C) est le cercle de centre O et de rayon 1

Soit A et B deux points de coordonnées polaires respectives $\left(1,-\dfrac{2\pi}{3}\right)$ et $\left(1,-\dfrac{5\pi}{6}\right)$.

1) a) placer les points A et B

b) Déterminer les cordonnées cartésiennes de A et B .

2) La tangente à (C) en B coupe la droite (OA) en C.

a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$.En Déduire que $OC = \frac{2}{\sqrt{3}}$

b) Construire le point D $\left(\frac{2}{\sqrt{3}},0\right)$

c) Déterminer les coordonnées cartésienne de C puis déduire que CDB est un triangle rectangle en C.

3) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $\left(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}}\right) \equiv \pi + \left(\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC}}\right)[2\pi]$

<u>Exercice n°4 : (3,5 points)</u>

Soit $f(x) = \sqrt{3}\cos(4x) - \sin(4x)$

1) a) Montrer $f(x) = 2\cos\left(4x + \frac{\pi}{6}\right)$

b) Montrer que $f(x) = 2\left(2\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{12}\right) - 1\right)$

c) En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

2) Résoudre dans $]-\pi,\pi]$

a) $f(x) = -1$

b) $f(x) = 2\sin(x)$

Annexe

Figure 1 :

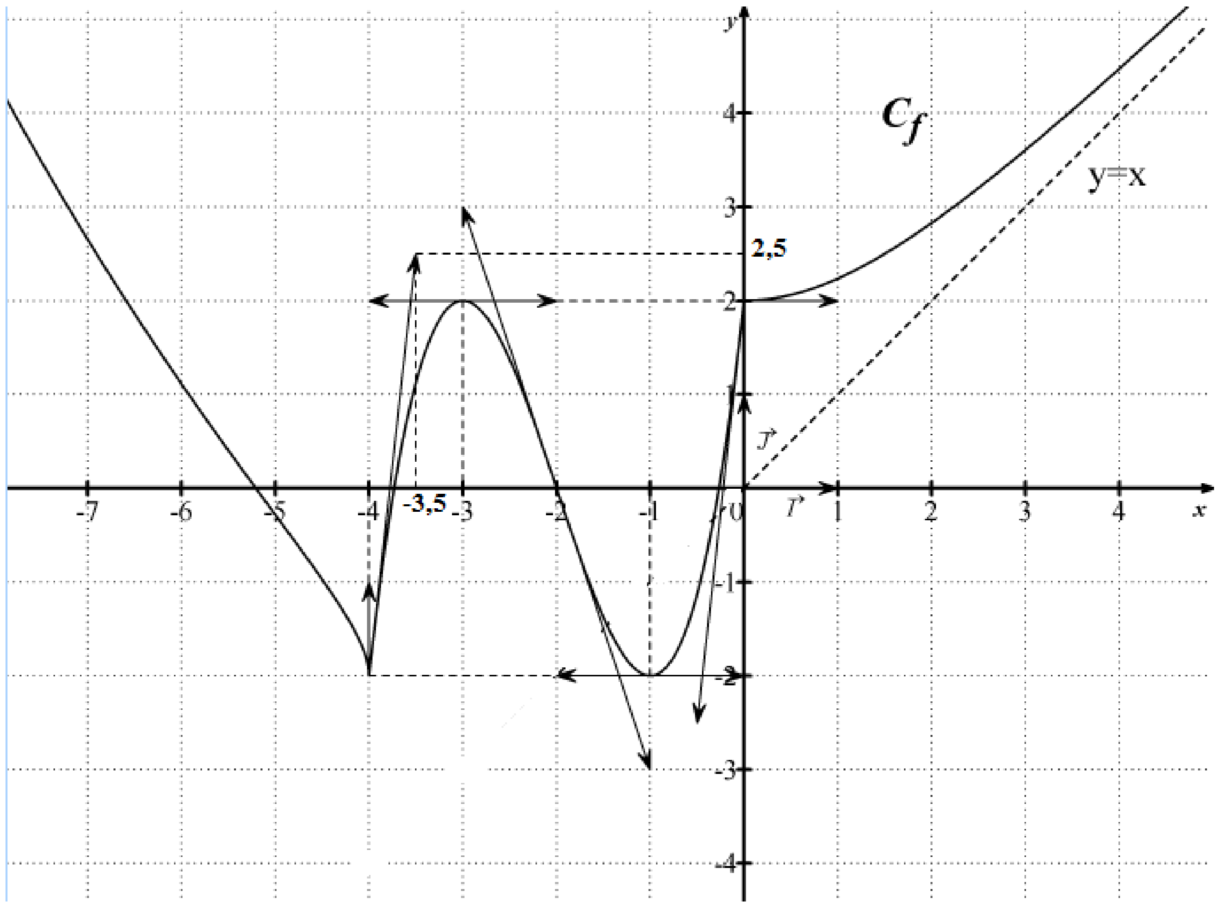

Figure 2 :