Ministère de l'éducation Commissariat Régional De l'éducation Monastir Epreuve : MATHEMATIQUES	Devoir de Synthèse n°3*Régional* 2iéme année sciences Durée :2H — Date :29/05/2024

Exercice 1(3 points)

Le tableau suivant donne la distance entre le lycée et la maison de chaque élève d'une classe de 2ème Sciences composée de 25 élèves.

Distance maison-lycée (en km)	1	2	3	5	6	12
Nombre d'élèves	4	5	6	5	4	1

1) Donner le mode et calculer l'étendue de cette série.

2) Calculer la moyenne et l'écart-type.

3) a) Dresser le tableau des fréquences cumulées croissantes de cette série

b) En déduire le pourcentage des élèves dont la distance maison-lycée est inférieure à 4 km

4) Un élève a changé de lycée. Ainsi la moyenne de la nouvelle série sera égale à 3,375.

Quelle était la distance entre la maison de cet élève et son ancien lycée.

Exercice 2 (7 points)

Dans la feuille annexe ci-jointe (page 5/5) ,on a représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la parabole (Cf) ,représentation graphique d'une fonction f définie sur IR .

1)Tracer dans l'annexe la droite Δ d'équation $y=x$.

2)En utilisant le graphique :

a) Déterminer $f(0)$ et $f(3)$.

b) Déterminer le signe de $f(x)-x$ suivant les valeurs de x.

3)Soit h la fonction définie sur $IR\backslash\{1\}$par $h(x)=\dfrac{2x}{x-1}$.

On désigne par ($\mathcal{H}$) sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Etudier la position relative de ($\mathcal{H}$) par rapport à la droite Δ': $y=2$

b) Donner les asymptotes et le centre de symétrie de ($\mathcal{H}$).

4) **a)**Vérifier que pour tout réel $x\in IR\backslash\{1\}$, $h(x)=2+\dfrac{2}{x-1}$

b)Montrer que h est décroissante sur $]-\infty,1[$.

5)Dans la suite on admet que pour tout réel x , $f(x)=x^2-2x$.

a)Vérifier que pour tout $x\in IR\backslash\{1\}$, $f(x)-h(x)=\dfrac{x^3-3x^2}{x-1}$

b) En déduire que ($\mathcal{H}$) et (Cf) se coupent uniquement aux points O (l'origine du repère) et A(3,3)

c)Recopier et compléter le tableau suivant.

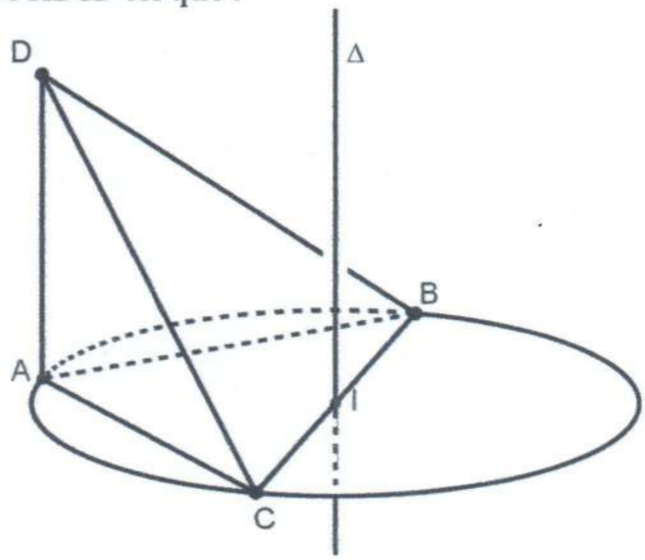
x	-3	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2	3	5
h(x)								

d) Tracer les asymptotes et la courbe ($\mathcal{H}$) dans l'annexe.

e) En s'aidant du graphique résoudre dans IR, l'inéquation $\dfrac{x^3-3x^2}{x-1}\leq x-h(x)\leq 0$.

Exercice 3 (3,5 points)

Dans la figure ci-dessous, on donne un tétraèdre ABCD tel que :



- ABC est un triangle rectangle et isocèle en A
- I est le milieu du segment [BC].
- (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).
- AD=3 et AB=4.

1) a) Montrer que DB= DC=5.

b) En déduire que (IAD) est le plan médiateur du segment [BC].

2) Soit P le plan passant par I et perpendiculaire à (AC).

a) Montrer que la droite (AC) est perpendiculaire au plan (ABD).

b) En déduire que les plans P et (ABD) sont parallèles.

3) Le plan P coupe la droite (AC) au point J.

a) Déterminer l'intersection de chacun des plans P et (ABD) avec le plan (ABC) .

b) En déduire que J est le milieu du segment [AC].

4) Soit Δ la droite d'intersection des deux plans P et (ADI) .

a) Justifier que P est le plan médiateur du segment [AC].

b) En déduire que Δ est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 4 (6,5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

On considère les points $A(-2,-1)$, $B(4,1)$ et la droite $\Delta : y = -3x + 13$.

1)a) Placer les points A et B dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

b) Vérifier que B appartient Δ.

c) Montrer que les droites Δ et (AB) sont perpendiculaires.

2) Soit $(\mathcal{C})$ l'ensemble des points $M(x,y)$ du plan tels que $x^2 + y^2 - 2x - 9 = 0$.

a) Montrer que $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre $I(1,0)$ et de rayon $\sqrt{10}$.

b) Vérifier que le segment [AB] est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$.

c) Déduire que la droite Δ est tangente au cercle $(\mathcal{C})$ au point B.

d) Tracer $(\mathcal{C})$ et Δ.

3) Soit le point C (0,3).

a) Montrer qu'une équation cartésienne de la droite Δ' passant par C et parallèle à (AB) est $x-3y+9=0$.

b) Montrer que Δ' est tangente à $(\mathcal{C})$ au point C.

c) Montrer que les deux droites Δ et Δ' sont sécantes au point D (3,4).

d) Montrer que le quadrilatère IBDC est un carré.

4) Soit $J(1+\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$.

a) Vérifier que J appartient au cercle $(\mathcal{C})$ et que $\overrightarrow{ID} = \sqrt{2}\,\overrightarrow{IJ}$.

b) Construire le point J.

c) Montrer alors que $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

Annexe à rendre

Nom et Prénom……………………………………………………………………………………

Exercice 2