2 Sc_1	**Devoir de synthèse n°3**	**31/05/2024**
L.Sayada	**Epreuve de mathématiques**	**Durée : 2 heures**

Exercice 1(4 points)

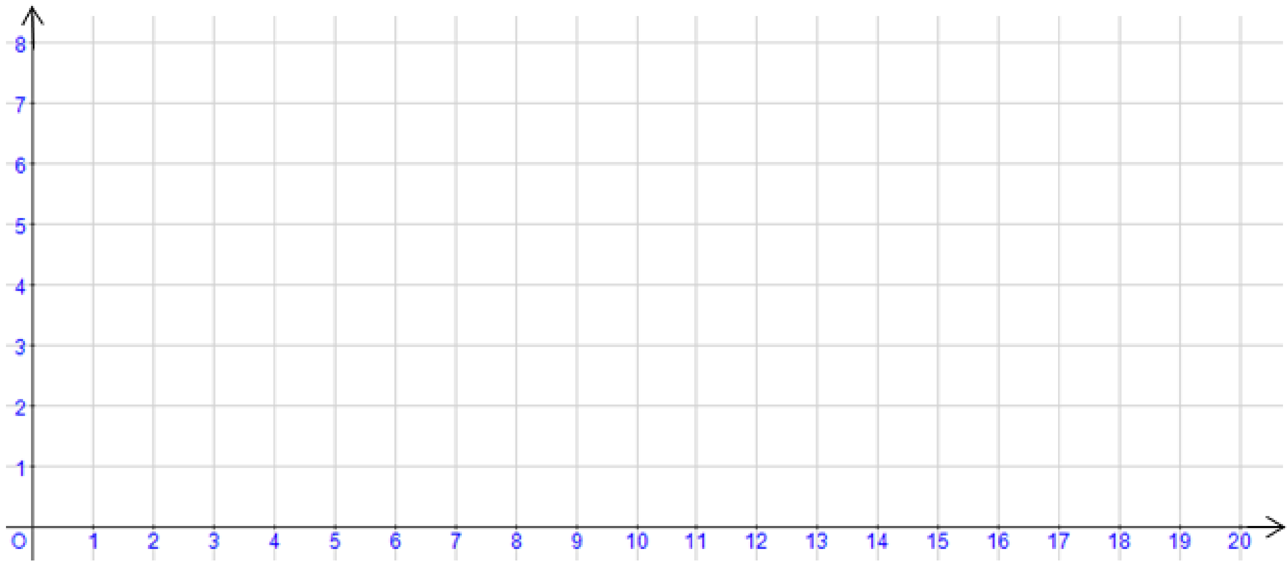
Dans une classe formée par 26 élèves, on désigne par X_i la note d'un devoir en gestion, n_i l'effectif, $n_i \nearrow$ l'effectif cumulé croissant, f_i la fréquence et $f_i \nearrow$ la fréquence cumulée croissante de cette série statistique.

1) a) Compléter le tableau ci- dessous :

X_i	6	8	11	13	17	18	19
n_i	3	4	6	6	4	1	2
$n_i \nearrow$							
f_i							
$f_i \nearrow$							

b) Préciser l'effectif total N et les modes M et M' de cette série statistique.

c) Tracer le diagramme en batons des effectifs de cette série statistique.



2) a) Calculer la médiane M_e de cette série statistique.

b) Calculer les premier et troisième quartiles Q_1et Q_3 de cette série statistique.

c) Tracer le diagramme en boite de cette série statistique.

3) Calculer la moyenne $\overline{\overline{X}}$ et l'écart-type σ(X) de cette série statistique.

(arrondir au millième)

Exercice 2(6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par f(x)= a x²+ b x + c et (C_f) sa courbe représentée, ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

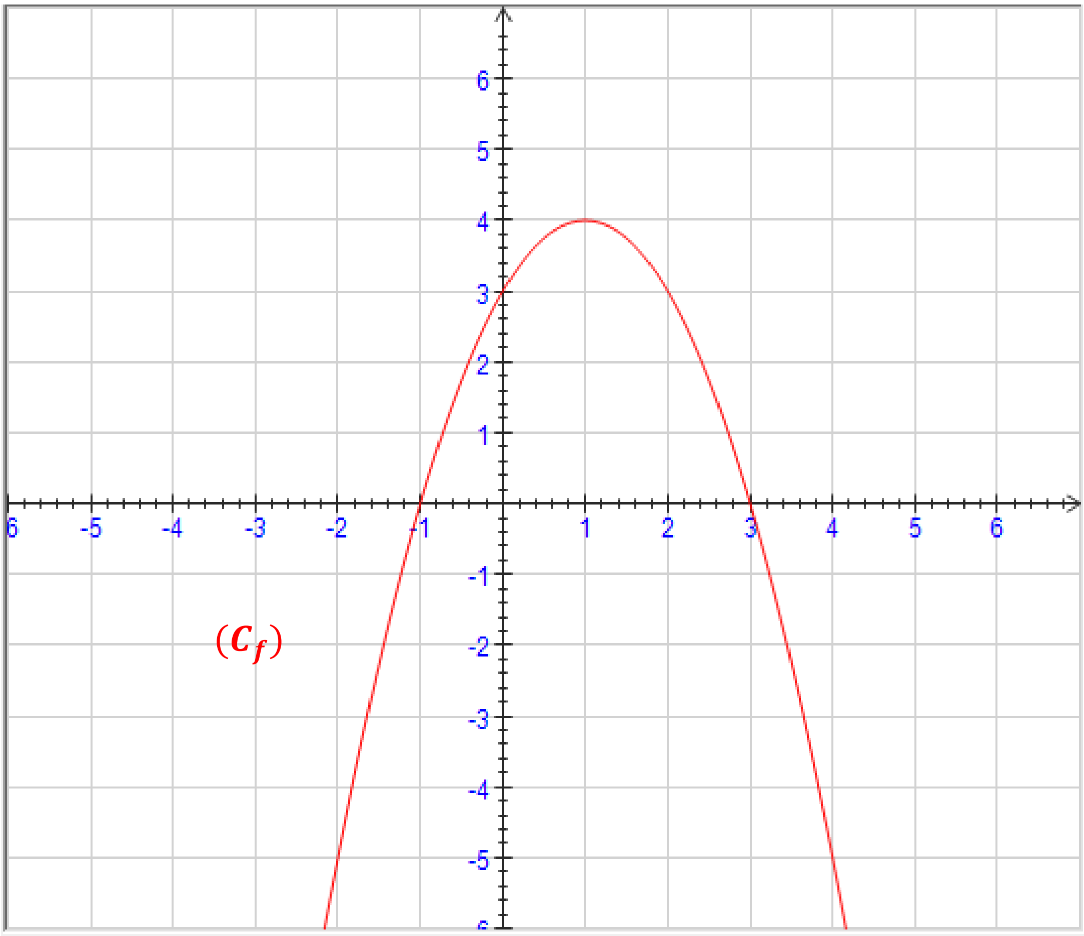
1) Par une lecture graphique :

a) Préciser f(-1), f(0) et f(1) puis déterminer les réels a, b et c.

b) Vérifier que pour tout x ϵ IR, f(x)= 4- (x-1).

c) Donner le signe de f(x) sur IR. (par un tableau)

d) Dresser le tableau de variation de f.



2) Soit g la fonction définie par g(x)= $\frac{x-3}{x-1}$ et (C_g) sa courbe représentative dans le même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a) Déterminer le domaine de définition D_g puis vérifier que g(x)= $1-\frac{2}{x-1}$.

b) Préciser le centre K et les asymptotes Δ et D de l'hyperbole(C_g).

c) Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection des deux courbes (C_f) et (C_g).

d) Tracer (C_g) dans le même repère.

e) Résoudre graphiquement, dans IR, chacune des inéquations :

$\frac{x-3}{x-1} + x^2 \geq 2x+3$ et $g(x) \leq 0$.

3) Soit h la fonction définie sur IR par h(x) = $\begin{cases} \frac{x-3}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

et (C_h) sa courbe représentative dans le même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

a) Construire (C_h) à partir du graphique.

b) Donner alors le tableau de variation de h.

c) Déterminer graphiquement et suivant les valeurs de m, le nombre N(m) des solutions de l'équation h(x)=m.

Exercice 3(6 points) :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne l'ensemble $(\mathcal{C})$: $x^2+y^2+4x-6y-12=0$ et la droite Δ : $2x + y+6=0$.

1) a) Montrer que $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre $I(-2, 3)$ et de rayon R= 5.

b) Calculer $d(I, \Delta)$ puis déduire la position relative de $(\mathcal{C})$ et Δ.

c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et Δ.

d) Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites Δ_1 et Δ_2 tangentes au cercle$(\mathcal{C})$ et parallèles à la droite Δ.

2) a) Former une équation du cercle (Γ) de diamètre $[IA]$ où A(-3, -4).

b) Déterminer alors les tangentes à $(\mathcal{C})$ issues de A.

3) Soit l'ensemble $(\mathcal{C}_m)$: $x^2+y^2+4(m+1)x+2(m-3)y+12m-12=0$ où m est un réel et la droite D: $4x -3y-8=0$.

a) Montrer que pour tout $m \in$ IR, $(\mathcal{C}_m)$ est un cercle de centre $I_m(-2m-2, 3-m)$ et de rayon $R_m=\sqrt{5(m^2-2m+5)}$.

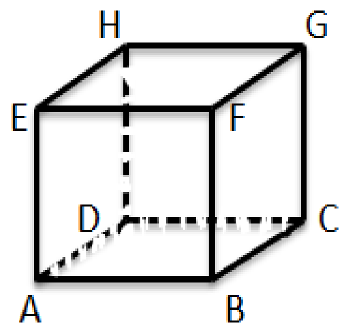
b) Montrer que, lorsque m varie dans IR, le point I_m appartient à la droite Δ' :$x-2y+8=0$ puis vérifier que $\Delta \perp \Delta'$.

c) Montrer que tous les cercles$(\mathcal{C}_m)$ passent deux points fixes M_1et M_1 dont on déterminera les coordonnées.

d) Etudier, suivant les valeurs de m, la position relative de $(\mathcal{C}_m)$ et D.

Exercice 4(4 points)

On considère, dans l'espace, un cube ABCDEFGH d'arrête 4, on désigne par O, O', I et J les milieux respectifs des segments [AC], [FH], [AB] et [BC].



1) Compléter par parallèles, non coplanaires ou sécantes :

a) Les droites (AD) et (OB) sont ………………………………

b) Les droites (CH) et (AF) sont ………………………………

c) Les droites (AD) et (FG) sont ………………………………

2) Compléter par perpendiculaires ou non perpendiculaires :

a) Les droites (CF) et (BG) sont ………………………………

b) Les droites (AB) et (GF) sont ………………………………

3) a) Déterminer le plan médiateur du segment $[IJ]$.

b) En déduire que (IJ) et (OF) sont orthogonales.

4) a) Montrer que (OO') est l'axe du cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle ABC.

b) En déduire que (OO') et (BF) sont parallèles.

c) Montrer alors que les droites (OO') et (GH) sont orthogonales.