Ministère de l'éducation	Epreuve : Mathématiques	$2^{ème}$ Année
Commissariat régional de l'éducation - Manouba	Devoir de synthèse N°3	Sciences
Année Scolaire : 2024/2025	Durée : 2 heures	Date : 27-05-2025

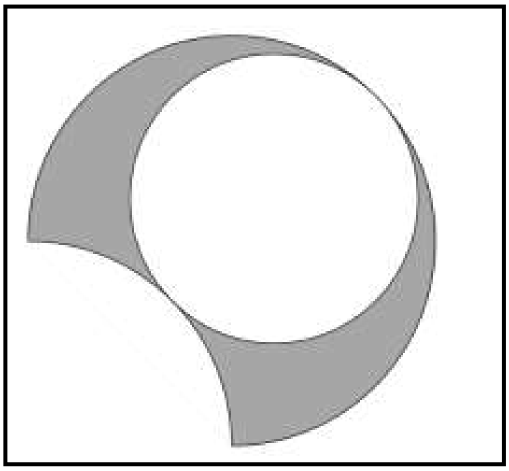
Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5 .

La feuille annexe (page 4/5 et 5/5) est à compléter et à rendre avec la copie.

<u>EXERCICE N°1 :</u> (6 points)

Dans la **figure 1** de l'annexe, qui sera complétée au fur et à mesure des questions,le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A (2,0), B (-2,0), C (0,-2) et D (-2,-2).

1) a. Placer les points A, B, C et D.
   b. Tracer le cercle (C_1) de centre O et de rayon 2.
2) On considère l'ensemble (C_2) des points M(x,y) vérifiant l'équation: x² + y² + 4x + 4y + 4 = 0
   a. Déterminer et caractériser (C_2) puis le tracer.
   b. Montrer que B et C appartiennent à (C_2).
3) La droite Δ d'équation y = x coupe l'arc $[\widehat{BC}]$ de(C_1) en un point F d'abscisse $x_F > 0$ et l'arc $[\widehat{BC}]$ de (C_2) en un point E d'abscisse $x_E \in]-1,0[$ et on pose G le milieu du segment $[EF]$.
   a. Placer les points E, F et G .
   b. Déterminer les coordonnées des points E et F puis montrer que l'abscisse de G est ,
   $x_G = -1 + \sqrt{2}$
4) a. Tracer et donner une équation cartésienne du cercle (Γ) de centre G et passant par E et F.
   b. Montrer que les cercles (Γ) et (C_1) sont tangents intérieurement en F .
   c. Donner l'équation de la tangente commune (T) aux cercles (Γ) et (C_1) en F .
5) La figure ci-dessous est un logo constitué du cercle (Γ) et des arcs des cercles (C_1) et (C_2)



Expliquer comment s'obtient ce logo à partir des éléments de l'exercice.

EXERCICE N°2 : **(4,5 points)**

Dans la **figure 2** de l'annexe ci-jointe on donne la parabole (P) représentant une fonction f

dans un repère orthonormé

1)a. Donner les éléments caractéristiques de (P).

b. Déterminer graphiquement f(- 6) , f(- 4) et f(0).

c. Résoudre graphiquement f(x) ≤ 5.

2) Soit g une fonction **paire** définie sur $\mathbb{R}$ tel que g(x) = f(x) sur]-∞, 0] .

a. Déterminer g(- 6) et g(4).

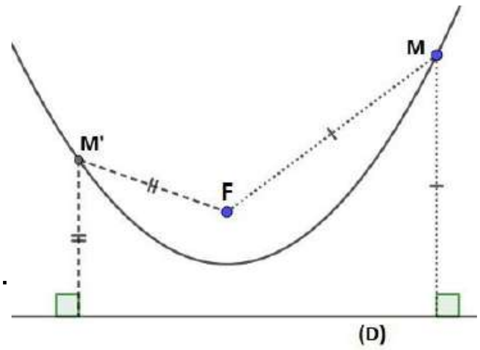
b. Tracer la courbe $\mathscr{C}_g$ de g dans le même repère. (Expliquer).

3) En utilisant 1) montrer que $f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2 + 4$

4) Soit le point F(- 2 , 5) et (D) la droite d'équation : y = 3 .

Choisir un point quelconque M de la parabole (P) puis montrer

que la distance MF est égale à la distance du point M à la droite (D).



EXERCICE N°3 : **(5 points)**

Dans la **figure 3** de l'annexe ci-jointe on a tracé dans un repère orthonormé $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan.

la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie par : $f(x) = \frac{\alpha - x}{x - \beta}$; où α et β deux réels tel que $(\alpha,\beta) \neq (0,0)$.

1) a. Donner la nature de $\mathscr{C}_f$ et ses éléments caractéristiques.

b. Montrer que $\alpha = 3$ et $\beta = 2$.

2) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x-2}$ .On note D_g son ensemble de définition.

a. Déterminer D_g et vérifier que pour tout $x \in D_g$, $f(x) = g(x) - 1$

b. Etudier le sens de variation de f sur $]-\infty, 2[$.

c. Construire $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de g à patrtir de $\mathscr{C}_f$.(Justifier)

3) a. Montrer que pour tout $x \in D_f$ on a : $\begin{cases} 4 - x \in D_f \\ f(4-x) + f(x) = -2 \end{cases}$

b. Soient A(2,-1) et M et M' les points de $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectives x et $4 - x$.

Montrer que $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AM'} = \vec{0}$

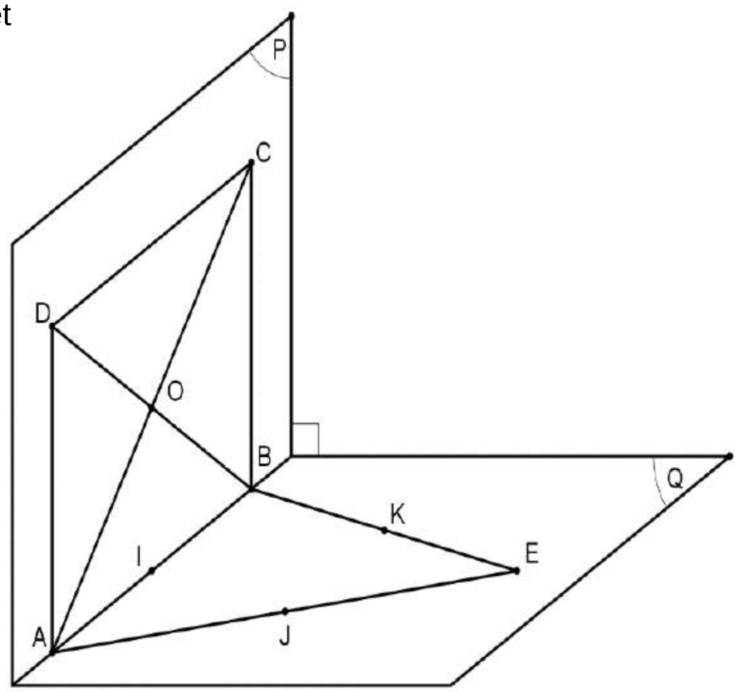
c. En déduire que A est un centre de symétrie de $\mathscr{C}_f$

<u>EXERCICE N°4 :</u> (4,5 points)

Soient (P) et (Q) deux plans perpendiculaires suivant la droite (AB).

- Dans le plan (P) : ABCD est un carré de côté $a > 0$ et de centre O .
- Dans le plan (Q): ABE est un triangle équilatéral .

On désigne par I milieu de [AB], J milieu de [AE] et K milieu de [EB].(Voir figure)



1) Montrer que (OI) est perpendiculaire à (Q)

2) Déterminer le plan médiateur de [AB]

3) a. Montrer que : $IJ=IK=KJ=\frac{1}{2}AB$

b. En déduire que I est le centre du cercle $\mathscr{C}$ passant A,B,K et J.

c. Déterminer l'axe du cercle $\mathscr{C}$? Justifier.

4) Exprimer la distance OE en fonction de a .

<u>**Annexe (à rendre avec la copie)**</u>

Nom et prénom : .... Classe: 2ème Sc ......

Figure 1

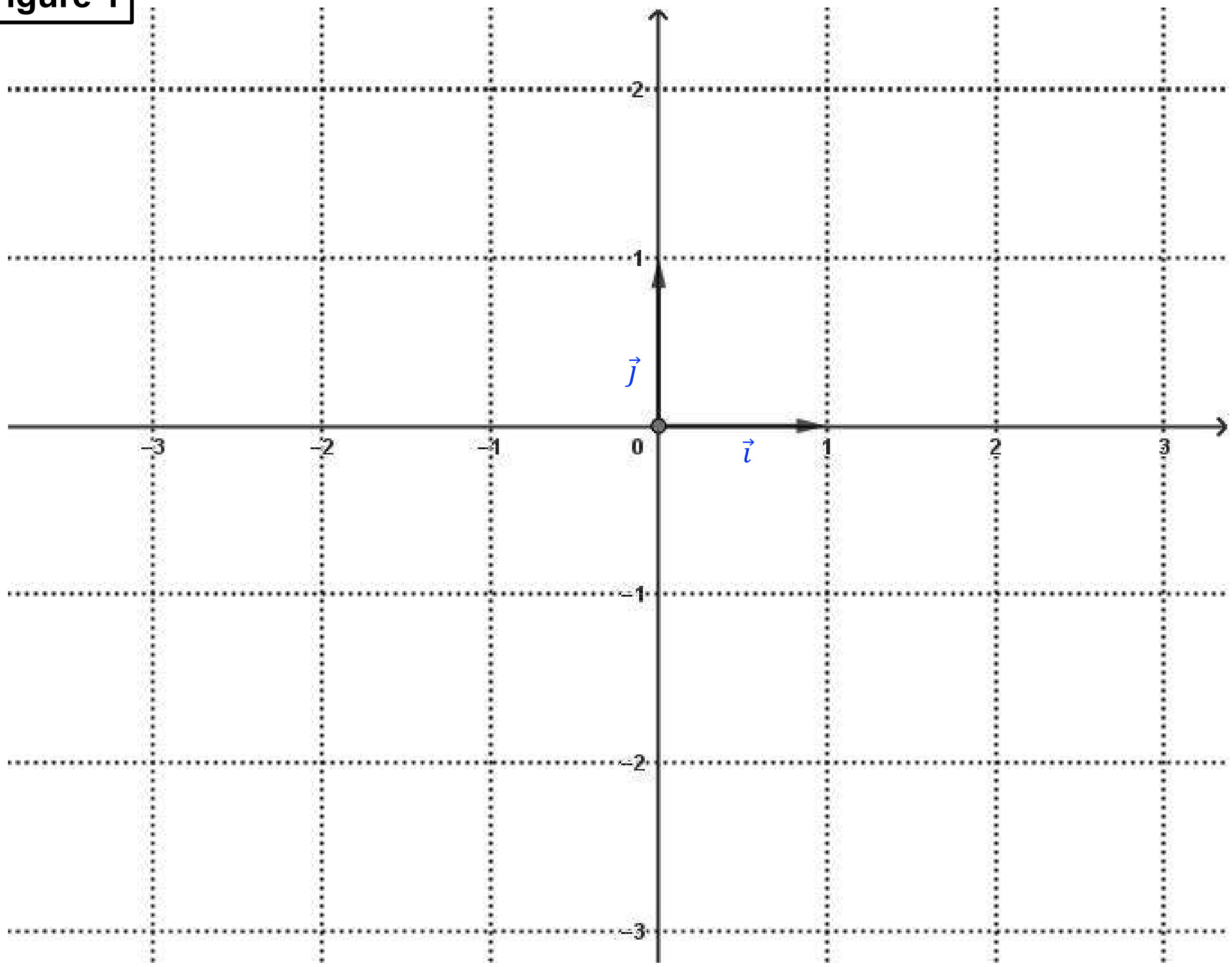
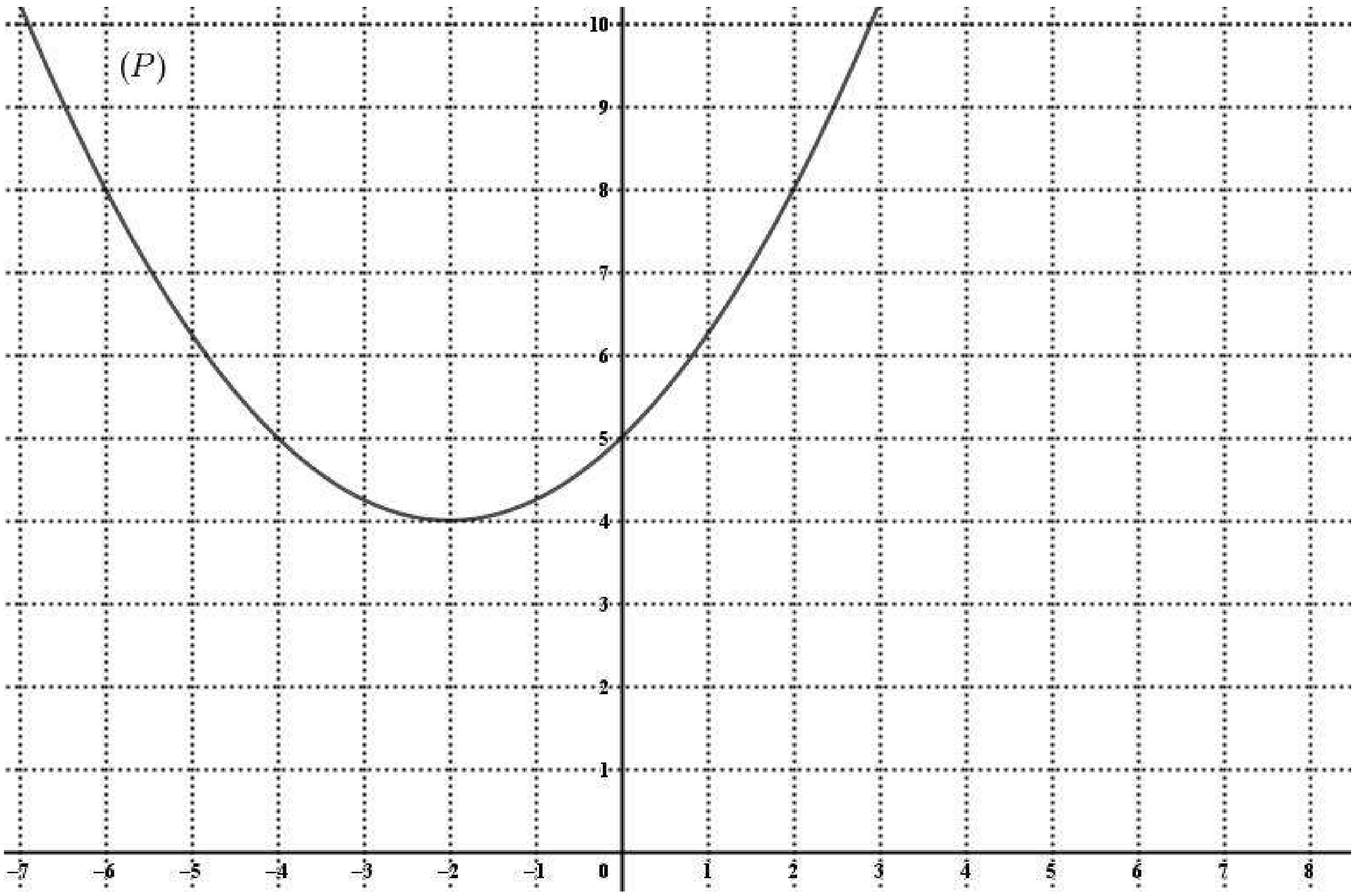


Figure 2



Annexe (à rendre avec la copie)

Nom et prénom : .... Classe: 2ème Sc ......

Figure 3