Lycée 2 Mars 34 Ksar Hellal | **Devoir de Synthèse N° :1** | **Classe :3ème Math**

Prof :Mr Mandhouj | **Durée :2Heures** | **Le 05/12/2011**

Exercice 1 (6 pts)

1) Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2+x-6}$

a) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = \sqrt{x^2+2x-3}$

a) Déterminer le domaine de définition D_g de g.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{g(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to +\infty} (g(x)-x)$

3) Soit h la fonction définie par $h(x) = \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

a) Déterminer le domaine de définition D_h de h.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to 1} h(x)$; $\lim\limits_{x\to -3^+} h(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x)$

4) Soit k la fonction définie par $k(x) = \dfrac{x^2+3x-10}{|x-2|}$

a) Déterminer le domaine de définition D_k de k.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to 2^-} k(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^+} k(x)$

La fonction k admet-elle une limite en 2 ? (Justifier votre réponse)

Exercice 2 (5 pts)

Soit la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & si\ x > 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2+1}+2x & si\ x \le 1 \end{cases}$

1) Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.

2) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

3) a) Etudier la continuité de f en 1.

b) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty\,,1[$ et $]1\,,+\infty[$

Exercice 3 (5 pts)

On considère dans le plan orienté un carré $ABCD$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

1) Soit E le point tel que $CD = CE$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}}\right) \equiv \frac{10\pi}{3}\ [2\pi]$. Donner la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}\right)$ puis construire le point E.
2) Trouver la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}\right)$.
3) La perpendiculaire à (DE) en D coupe la médiatrice de $[CD]$ en F.
   a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CF}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$.
   b) Montrer que les trois points F, C et E sont alignés.
4) Soit I le milieu de $[AB]$, montrer que $[FA)$ est la bissectrice du secteur $[FD, FI]$.

Exercice 4 (4 pts)

Le plan est orienté dans le sens direct.

1) Soit $\mathcal{C}$ un cercle trigonométrique de centre O et A un point de $\mathcal{C}$.
   a) Marquer le point B de $\mathcal{C}$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}\right) \equiv -\frac{47\pi}{3}\ [2\pi]$.
   b) $\frac{2011\pi}{3}$ est-elle une mesure de $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$?
2) Soit F et G deux points distincts du plan.
   a) Déterminer et construire chacun des ensembles suivants :

$$\Gamma = \left\{M \in P \text{ tel que } \left(\widehat{\overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MG}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]\right\}$$

$$\Gamma' = \left\{M \in P \text{ tel que } \left(\widehat{\overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MG}}\right) \equiv \frac{-2\pi}{3}[2\pi]\right\}$$

   b) En déduire $E = \left\{M \in P \text{ tel que } \left(\widehat{\overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MG}}\right) = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Fin ☺