Lycée 2 Mars 34 Ksar Hellal **Devoir de Synthèse N° :1** *Classe :3ème Math*

Prof :Mr Mandhouj *Durée :2Heures* *Le 04/12/2012*

Exercice 1(3 pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

1) Soit ABC un triangle tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv -\frac{141\pi}{12}\ [2\pi]$ alors la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$ est :

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $-\frac{3\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{12}$

2) Δ est une asymptote oblique à la courbe C_f d'une fonction f alors :
   a) Δ et C_f peuvent se rencontrer plusieurs fois.
   b) Δ et C_f se rencontrent une seule fois.
   c) Δ et C_f ne se rencontrent jamais.

3) Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{(x^2+x-2)\sqrt{x}}{(x-1)^2}$
   a) f est majorée.
   b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
   c) f est prolongeable par continuité en 1.

Exercice 2(7 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+5} & si\ x \geq 2 \\ f(x) = \dfrac{7x-23}{3(x-3)} & si\ x < 2 \end{cases}$

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un rpère othonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
   c) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$.
   d) Etudier sur $[2, +\infty[$, la position de C_f par rapport à Δ.

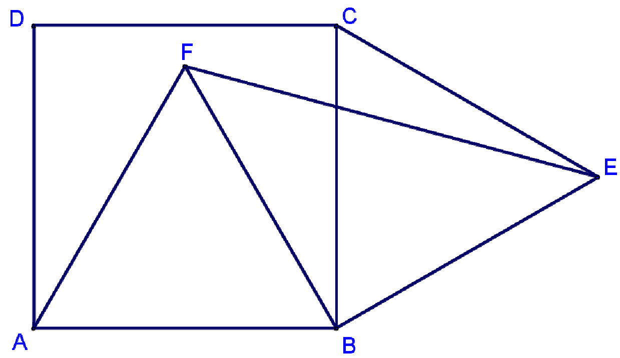
2) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

3) Pour tout $x \neq 2$, on pose $\varphi(x) = \dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$
   a) Calculer $\lim\limits_{x\to2^-} \varphi(x)$
   b) Calculer $\lim\limits_{x\to2^+} \varphi(x)$
   c) En déduire que φ admet un prologement par continuité en 2 que l'on précisera.

Exercice 3(4 pts)

Soit un carré $ABCD$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.On construit à l'intérieure du carré un triangle équilatéral ABF et à l'extérieure du carré un triangle équilatéral BCE.

1) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BF}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et que $\left(\widehat{\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EF}}\right) \equiv -\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$
2) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CE}}\right) \equiv \frac{5\pi}{6}\ [2\pi]$ et que $\left(\widehat{\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}}\right) \equiv \frac{\pi}{12}\ [2\pi]$
3) Montrer que les point E, F et D sont alignés.



Exercice 4(6 pts)

Dans le plan orienté dans le sens direct on considère un trapèze direct $ABCD$ inscrit dans un cercle $\mathcal{C}$ tel que $(AD)//(BC)$.

Soit O le centre de $\mathcal{C}$ et N le point d'intersection de (AC) et (BD).

1) Faire une figure.
2) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{CN},\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BN}}\right)\ [2\pi]$. Déterminer alors la nature du triangle BNC.
3) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{NA},\overrightarrow{NB}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)\ [2\pi]$.
4) Soit Δ la tangente en N au cercle $\mathcal{C}$' circonscrit au triangle ANB. Δ coupe (BC) en E.
   a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{NB},\overrightarrow{NE}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC}}\right)\ [2\pi]$.
   b) En déduire la position relative de Δ et (CD).
5) La parallèle à (BC) issue de N recoupe le crcle $\mathcal{C}$'en I.
   a) Montrer que $2\left(\widehat{\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AB}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)\ [2\pi]$.
   b) En déduire la position relative de (AI) par rapport au cercle $\mathcal{C}$.

Fin ☺