Lycée 2 Mars Ksar - Hellal
Mandhouj .M

Devoir de contrôle n° 3

Durée : 2Heures

3M
Le 06/05/2012

Exercice1

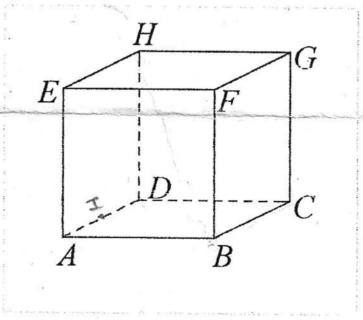
Dans l'espace e rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. on considère les droites :

$D_1 : \begin{cases} x = -1+\alpha \\ y = 1-\alpha \\ z = \alpha \end{cases}$, $\alpha \in IR$. et $D_2 : \begin{cases} x = 1+2\beta \\ y = 1-2\beta \\ z = 2+2\beta \end{cases}$, $\beta \in IR$.

1) Etudier la position relative des droites D_1 et D_2.
2) Soit P le plan contenant à la fois les droites D_1 et D_2.
Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est : $x - z + 1 = 0$.
3) Soit le plan $Q : x - 2y + z = 0$.
a/ Montrer que p et Q sont sécants .
b/ Soit la droite $D = P \cap Q$. Déterminer une représentation paramétrique de D .
c/Déterminer la positon relative de la droite $\Delta = D(O, \vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$ avec Q .

Exercice2

On considère le cube ABCDEFGH d'arrête 1 représenté ci – dessous .



1. Calculer les produits scalaires suivants :
$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DH}$ $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BH}$, $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DE}$
2. On munit l'espace du repère orthonormé direct $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$.
a/ Déterminer les coordonnées des points A , B , G ,H et I .
b/ Déterminer une équation cartésienne du plan (BGI)
c/ Calculer la distance du point H au plan (BGI)
d/Calculer l'aire du triangle BGI

Exeecice3

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.
Soient les points A et B d'affixes respectives i et 2 . A tout point M d'affixe $z \neq i$ *on* associe le point M' d' affixe z' tel que $z' = \dfrac{2\bar{z}}{\bar{z}+i}$

1) a/Vérifier que $z' - 2 = \dfrac{-2i}{\bar{z}+i}$.
b/En Déduire que si M appartient au cercle de centre A et de rayon 2 alors le point M' appartient à un cercle que l'on précisera.

2) a/Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM'}}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ $\quad$ $(utiliser\ 1)\ a/)$

b/En déduire que si $M \in (AB)$ alors M'appartient à une droite à préciser.

Exercice4

Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{4}{u_n + 3} \end{cases}$

1. a/Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $-2 < u_n < 1$.

   b/ Montrer que la suite u est croissante.

2. Soit v la suite définie sur $\mathbb{N}$ par , $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 1}$

a/ Montrer que v est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme .

b/ Soit $n \in \mathbb{N}$, Calculer v_n puis u_n en fonction de n .

c/Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

d/ Vérifier que $v_n = 1 + \frac{3}{u_n - 1}$; en déduire la somme $\sum_{k=0}^{n} \left(\frac{3}{u_k - 1}\right)$ en fonction de n .

3. Soient les suites w et T définies sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} w_0 = 2 \\ w_{n+1} = 4w_n + v_n \end{cases}$ et $T_n = \frac{w_n}{v_n}$

   Montrer que T est une suite arithmétique .Exprimer alors w_n en fonction de n .