

Exercice1(7,5 pts)

Dans l'espace e rapporté à un repère cartésien  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . on considère les droites :

$$D_1 : \begin{cases} x = 3 + 2\alpha \\ y = -1 + \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad D_2 : \begin{cases} x = 1 + \beta \\ y = 3 - \beta \\ z = 2\beta \end{cases} \quad \beta \in \mathbb{R}$$

- 1) Montrer que les droites  $D_1$  et  $D_2$  ne sont pas coplanaires.
- 2) Soit P le plan contenant la droite  $D_1$  et Parallèle à  $D_2$ .  
Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est :  $x - 5y - 3z - 2 = 0$ .
- 3) on considère les plans  $P_1 : x + 2z = 0$  et  $P_2 : x - z + 2 = 0$ 
  - a/Vérifier que  $P_1$  et  $P_2$  sont sécants.
  - b/ Soit  $D = P_1 \cap P_2$ . Trouver une représentation paramétrique de la droite D
  - c/Etudier la position relative des plans  $P_1$  et P.
  - d/Etudier la position relative de la droite  $D_1$  et du plan  $P_1$ .
  - e/ Etudier la position relative de la droite  $D_2$  et du plan  $P_2$ .

Exercice 2 (4 pts)

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 7iz + 8 = 0$ .
- 2) a/Résoudre dans  $\mathbb{C}$  chacune des équations :  $z^3 = 8i$  et  $z^3 = -i$   
b/Résoudre alors dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^6 - 7iz^3 + 8 = 0$ .  
On donnera les solutions sous forme algébrique.

Exercice3(8,5pts)

- 1) Soit g la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = -1 + \ln x$ 
  - a/Déterminer le signe de  $g(x)$  pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ .
  - b/ Déterminer la primitive G de g sur  $]0, +\infty[$  qui s'annule en 1.
- 2) Soit f la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x^2 \ln x$  On désigne par  $C_f$  la courbe représentative de f dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( unité : 2 cm)
- 3) a/ Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   
b/Démontrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $f'(x) = x g(x)$   
c/ Dresser le tableau de variation de f
- 4) a/ Déterminer une équation de la tangente T au point  $A(1, f(1))$  à la courbe  $C_f$ .  
b/Démontrer que A est un point d'inflexion de  $C_f$ .
- 5) a/ Déterminer l'intersection de la courbe  $C_f$  avec l'axe des abscisses  
b/Tracer la tangente T et la courbe  $C_f$ .
- 6) Soit F la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $F(x) = \frac{1}{6}x^3 \ln x - \frac{11}{36}x^3$ . Montrer que F est une primitive de f sur  $]0, +\infty[$ .