Lycée 2 Mars Ksar Hellal | **Devoir de contrôle n° 2** | $4^{ème}\ T_2$

Mandhouj .M | Durée : 2Heures | Le 03/01/2012

Exercice1

I. Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 2 + 2\ln x$

1) Etudier les variations de g.
2) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet dans $]0,+\infty[$ une unique solution α et que $1.2 < \alpha < 1.3$
3) En déduire le signe de g(x) , pour tout $x \in]0,+\infty[$

II. Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x - 2 - 2\,\frac{\ln x}{x}$, on désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to -0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2) a/Démontrer que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
   b /Dresser le tableau de variation de f .
   c/ Montrer que $f(\alpha) = 2\alpha - 2 - \frac{2}{\alpha}$
2) a/Montrer que la droite $\Delta : y = x - 2$ est une asymptote à C_f
   b/Etudier la position de C_f par rapport à Δ.
3) Tracer Δ et C_f .
4) Déterminer la primitive F de f sur $]0,+\infty[$ qui vérifie $F(1) = -1$.

Exercice2

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2\ln^2 x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1) a/Etudier la dérivabilité de f à droite en 0.
   b/ Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que $f'(x) = 2x\ln x\,(\ln x + 1)$
   c/ Dresser le tableau de variation de f
2) Tracer C_f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique : 4 cm) .

Exercice3

Dans l'espace e rapporté à un repère cartésien$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. on considère les droites :

$D_1 : \begin{cases} x = -1+\alpha \\ y = -\alpha \\ z = 1+\alpha \end{cases}$, $\alpha \in IR$. et $D_2 : \begin{cases} x = -\beta \\ y = 1+\beta \\ z = 2-\beta \end{cases}$, $\beta \in IR$.

1) Etudier la position relative des droites D_1 et D_2.
2) Soit P le plan contenant à la fois les droites D_1 et D_2.
   Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est : $x - z + 2 = 0$.
3) Déterminer le réel m pour que le vecteur $\vec{U}_m = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$ soit un vecteur du plan p.
4) Soit le point A(−1 , 0 , 1). Déterminer dans chacun des cas suivants , la positon relative de la droite Δ avec le plan P
   a/ $\Delta = D(A,\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$.
   b/ $\Delta = D(A,\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})$

c/$\Delta = D(O, \vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$

5) on considère les plans $P_1 : x + z = 0$ et $P_2 : x - z + 1 = 0$

a/Vérifier que P_1 et P sont sécants.

b/ Soit $D = P_1 \cap P_2$. Trouver une représentation paramétrique de la droite D

c/Etudier la position relative des plans P_2 et P .