Lycée 2 Mars Ksar Hellal 4ème Sc. Tech5

Devoir de contrôle N°2

Exercice N°1 : (5 pts)

1/ Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\frac{3}{2}} \ln x$ b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} - \ln x$

2/ Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $\ln(3x - 4) - \ln(x + 2) = \ln(x - 2)$ b) $\ln(2 - x) \leq \ln(x + 1)$

3/ Déterminer une fonction primitive F de f sur l'intervalle I donné :

a) $f : x \mapsto (2x - 1)^4$; $I = \mathbb{R}$ b) $f : x \mapsto \frac{1}{5x - 3}$; $I =]\frac{3}{5}, +\infty[$

Exercice N°2 : (8 pts)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/a) Déterminer la limite de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$. (on pourra écrire $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$)

Interpréter graphiquement le résultat.

2/a) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{-2 + \ln x}{x^2}$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $]0, +\infty[$

c) Dresser le tableau de variations de f.

3/ Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de (C_f) avec l'axe des abscisses.

4/ Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point A d'abscisse 1.

5/ Représenter graphiquement f dans le repère orthogonal fourni avec le sujet.

(On tracera les asymptotes, (T) et les tangentes éventuelles)

6/a) Soit la fonction g définie sur$]0, +\infty[$ sur par $g(x) = \frac{\ln x}{x}$. Montrer que g admet des fonctions primitives sur $]0, +\infty[$ dont on déterminera la forme générale.

b) Montrer que la fonction $F : x \mapsto \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$ est la primitive de f sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1.

Exercice N°3 : (7 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les plans :

$P : x + 3y - z + 1 = 0$ et $Q : 2x + 6y + mz + 5 = 0$ où $m \in \mathbb{R}$.

1/ a) Déterminer un vecteur normal $\overrightarrow{N_P}$ du plan P et un vecteur normal $\overrightarrow{N_Q}$ du plan Q.

b) Déterminer m pour que les plans P et Q soient parallèles. Pour la valeur de m trouvée, P et Q sont-ils confondus ?

c) Déterminer m pour que les plans P et Q soient perpendiculaires.

2/ Dans la suite de l'exercice on prend $m = 1$.

Déterminer une représentation paramétrique de la droite D d'intersection des plans P et Q.

(On posera : $y = t$ où $t \in \mathbb{R}$.)

3/ Soit $A(2, 2, 0)$ un point de l'espace.

a) Vérifier que A n'appartient pas au plan P.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan R passant par A et perpendiculaire à D.

c) Calculer les coordonnées du point H d'intersection du plan R et de la droite D.

d) Calculer la distance AH. (Cette distance est aussi la distance du point A à la droite D).

4/ a) Calculer la distance du point A au plan P.

b) Soit K le projeté orthogonal du point A sur le plan P. Sans déterminer les coordonnées du point K, calculer la distance HK.

K.M^{ed} (Fev-2012)