Lycée 2 Mars Ksar - Hellal | **Devoir de contrôle n° 2** | $4^{ème}$ T_4

Mandhouj .M | Durée : 2Heures | Le 20/02/2011

Exercice 1

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte .Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

1) Soit $A = 6\ln(\sqrt{2}) - \ln\left(\frac{2^3}{3^2}\right)$

a/ $A = 2\ln 3$ b/ $A = 0$ c/ $A = \ln 2$

2) Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ alors une primitive F de f sur $]0,+\infty[$ est définie par :

a/ $F(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ b/ $F(x) = \frac{1}{x}(\ln x)^2$ c/ $F(x) = x\ln x + \frac{1}{x}$

3) soit $\ell = \lim\limits_{x \to 7} \frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right) + \ln 7}{x-7}$, alors :

a/ $\ell = 0$ b/ $\ell = -\frac{1}{7}$ c/ $\ell = +\infty$

Exercice2

Dans l'espace e rapporté à un repère cartésien$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. on considère les droites :

$$D : \begin{cases} x = 2+\alpha \\ y = 1+2\alpha \\ z = 1-\alpha \end{cases}, \alpha \in IR . \quad \text{et} \quad D' : \begin{cases} x = 4+3\beta \\ y = 3+\beta \\ z = 3+2\beta \end{cases}, \beta \in IR .$$

1) Montrer que les droites D et D' ne sont pas coplanaires.

2) a/ le point $A(4,-7,5)$ appartient – il à la droite D ?

b/ Montrer qu'une équation cartésienne du plan P passant par le point A est contenant la droite D est : $y + 2z - 3 = 0$.

3) a/Déterminer le réel m pour que le vecteur $\vec{U}_m = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$ soit un vecteur du plan p.

b/ Déterminer la position relative de la droite $\Delta = D(A, \vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ avec le plan P.

4) Déterminer $D' \cap P$.

5) on considère les plans $P_1 : x - 4y + 7 = 0$ et $P_2 : x - 2z + 5 = 0$

a/Vérifier que P_1 et P_2 sont sécants.

b/Trouver une représentation paramétrique de leur droite D_1 d'intersection.

Exercice3

On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2\ln x$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$

2) a/ Montrer que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $g'(x) = -4x\ln x$

b/Compléter le tableau de variation de g :

x	0		1		$+\infty$
g'(x)					
g(x)	1	↗	2	↘	$-\infty$

3) a/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $]0,+\infty[$ une unique solution α .

b/ Vérifier que $1,8 < \alpha < 1,9$

c/ Déduire de qui précède le signe de g(x) .

4) On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x^2}$

a/ Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0$

b/ Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que $\forall\, x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x\,(1+x^2)^2}$

c/ vérifier que $f(\alpha) = \dfrac{1}{2\,\alpha^2}$.

5) Etudier les variations de f et tracer sa courbe C dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Fin