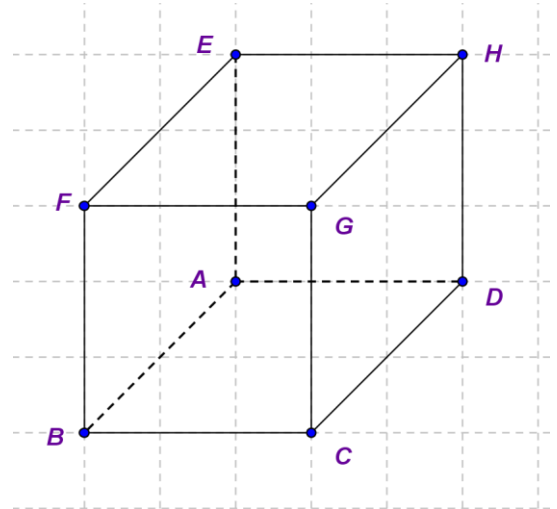


Exercice n°1(4points) :**Cocher la bonne réponse**

La figure ci-contre est celle d'un cube ABCEFGH d'arête 1

- $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ est égal à
a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) 1 ; c) $\sqrt{2}$
- $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ est égal à
a) \vec{AE} ; b) \vec{EA} ; c) $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{AE}$
- Le volume du tétraèdre ABDE est :
a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{6}$; c) $\frac{1}{3}$
- Les droites (FD) et (EC) sont :
a) Parallèles ; b) sécantes ; c) non coplanaires

Exercice n°2(6points) :

Dans l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère l'ensemble (S) des points $M(x, y, z)$ de l'espace tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$

- Montrer que (S) est la sphère de centre le point $I(1, -1, 0)$ et de rayon $\sqrt{3}$
- Soit Δ la droite passant par le point $A(0,0,3)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
 - Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ
 - Calculer la distance du point I à la droite Δ . En déduire la position relative de (S) et Δ
- Soit B le point de coordonnées $(3, 0, 0)$ et P le plan d'équation : $x + y + z - 3 = 0$
 - Vérifier que le point $B \notin \Delta$ et $B \in P$
 - Montrer que $\Delta \subset P$
 - Prouver que le plan P est tangent à la sphère (S)

Exercice n°3(5points) :

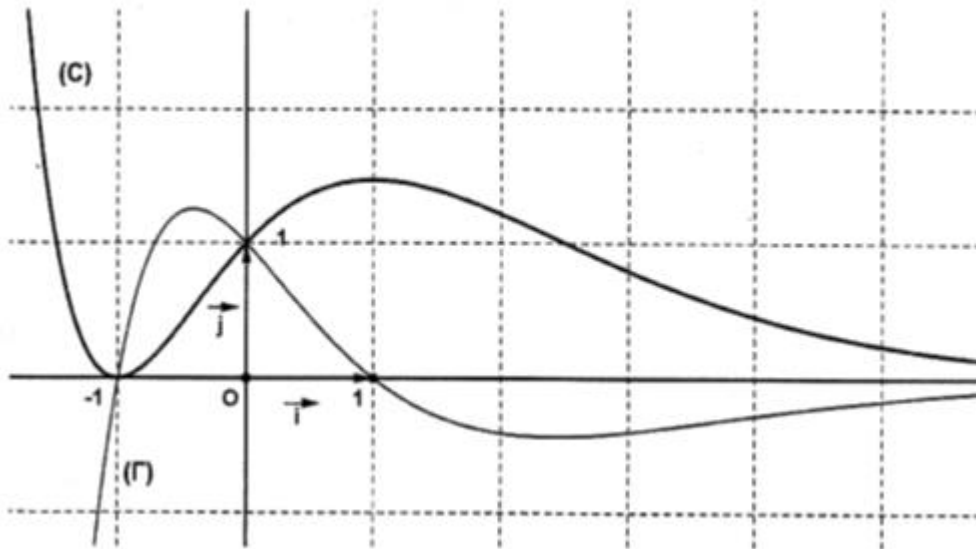
Soit f la fonction définie sur $]1 ; +\infty[$ par $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé

- Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 et interpréter graphiquement le résultat
 - Prouver que f est dérivable sur $]1 ; +\infty[$ et calculer $f'(x)$
 - Dresser le tableau de variation de f
- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat
 - Tracer (C)

3. a) Montrer que f réalise une bijection de $[1 ; +\infty[$ sur $[1 ; +\infty[$
 b) Montrer que $f^{-1}(x) = x^2 - 2x + 2$ pour tout $x \in [1 ; +\infty[$
 c) Résoudre l'équation $f(x) = x$ et tracer dans le même repère la courbe (C') de f^{-1}
4. Soit $I = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$
 a) Interpréter graphiquement le réel I
 b) Calculer I

Exercice n°4 (5points) :

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les courbes (C) et (Γ) , représentative d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} et de sa fonction dérivée f' .



1. Reconnaître la courbe représentative de f et celle de f'
2. Déterminer $f(0)$, $f'(0)$, $f(-1)$ et $f'(-1)$
3. Calculer l'aire \mathcal{A} de la partie du plan limitée par la courbe de f' , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$
4. Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N}^* par $U_n = \int_0^1 x^n f'(x) dx$
 a) A l'aide d'une intégration par partie montrer que $U_1 = f(1) - \int_0^1 f(x) dx$
 b) Montrer que (U_n) est décroissante
 c) Montrer que $0 \leq U_n \leq \frac{1}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
 d) Dédire que (U_n) est convergente et calculer sa limite

Bon travail