Lycée secondaire 2 Mars 34 Ksar Hellal	Classe : 4ème Sciences expérimentales	
Prof: Mme Karboul	Date : 2012/2013	Durée : 2 heures
Devoir de contrôle n °2 en mathématiques	Nom et prénom :	

Exercice 1 : (6 points)

A/ Indiquer la réponse correcte pour chaque question :

1) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x\cos x$ et soit F une primitive de f sur IR.

   a) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \sin x$ b) F(x)=$-\frac{1}{2}x^2 \sin x$ c) $F(x) = \cos x + x\sin x$

2) Soit $I = \int_0^1 2t\cos^2(\pi t)dt$ et $J = \int_0^1 2t\sin^2(\pi t)dt$ alors $I + J =$

   a) -1 b) 1 c) π

3) Soit $K = \int_0^\pi \sin^2 x\, dx$ alors $K =$

   a) 0 b) $\frac{\pi}{2}$ c) π

B/

1) Calculer $I_0 = \int_0^1 \frac{1}{(1+x)^3}\, dx$
2) Calculer $I_0 = \int_0^1 \frac{x}{(1+x)^3}\, dx$ (par une intégration par parties)

Exercice 2 : (6 points)

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+\frac{1}{2}}}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé ($O, \vec{i}, \vec{j}$). (unité graphique 2 cm).

1) a) Montrer que le domaine de définition de f est $D_f = IR$.

   b) Montrer que pour tout x de IR $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2-x+\frac{1}{2}}\left(x^2-2x+\frac{1}{2}\right)}$

   c) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Montrer que $I\left(\frac{1}{2}\ ,\ f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ est un centre de symétrie de C_f.

   b) Donner une équation cartésienne de la tangente T à C_f en I.

   c) Tracer C_f et T dans le même repère ($O, \vec{i}, \vec{j}$).

3) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f , l'axe des abscisses et les droites :

$\Delta_1 : x = \frac{1}{2}$ et $\Delta_2 : x = 1$

Exercice 3 : (4 points)

1) a) Déterminer les racines carrées de $8+6i$.

   b) Résoudre dans C l'équation : $z^2-(5+3i)z+6i+2=0$.

2) On pose $f(z)=z^3-(5+i)z^2+4(2-i)z-12+4i$.

   a) Montrer que l'équation $f(z)=0$ admet une unique solution imaginaire pure que l'on déterminera.

   b) Déterminer les nombres complexes b et c tel que $f(z)=(z+2i)(z^2+bz+c)$

   c) Résoudre dans C l'équation $f(z)=0$.

Exercice 4 : (4 points)

Soit $(\,O\,,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$ un repère orthonormé de l'espace.

On donne les points $A(1\,,-1\,,1)$, $B(1\,,0\,,0)$, $C(-1\,,0\,,1)$ et $D(1\,,-1\,,0)$.

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

   b) Déduire l'aire du triangle ABC.

2) Montrer que les points A,B,C et D ne sont pas coplanaires.

3) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

4) Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC), déterminer la distance DH.