

Devoir de contrôle n° 2 en Mathématiques

Exercice 1

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = -\sqrt{3} + 3i$ et $z_B = 1 - i$

- 1) Ecrire z_A et z_B sous forme trigonométrique.
- 2) Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.
- 3) a) Ecrire $\frac{z_A}{z_B}$ sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique.
b) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$
- 4) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que :
 - a) $|z + \sqrt{3} - 3i| = |z - 1 + i|$
 - b) $|z - 1 + i| = 2$

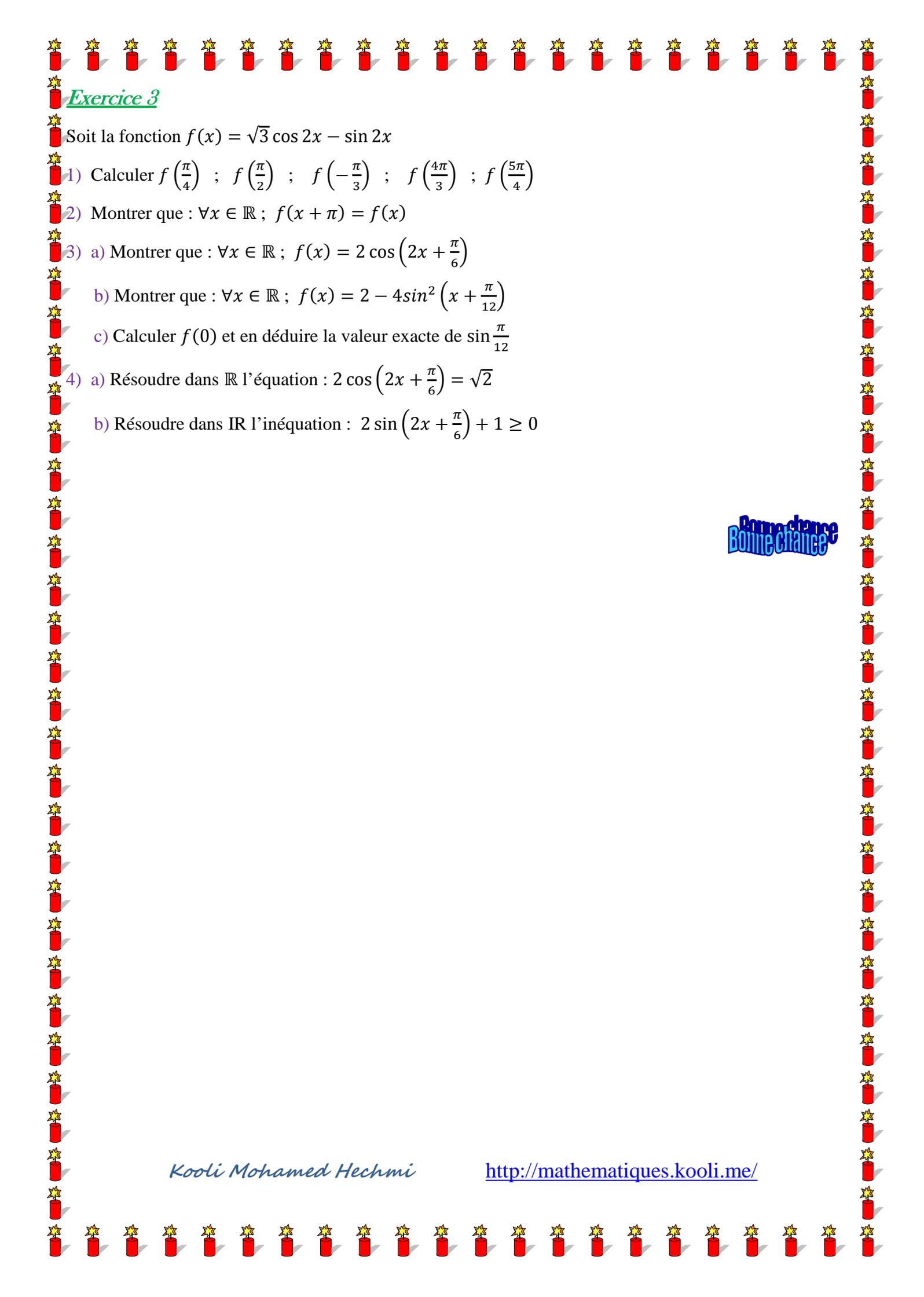
Exercice 2

I/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+3x}{x-1}$ On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ on a $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$
- 2) a) Déterminer les points de C_f où la tangente est parallèle à la droite (O, \vec{i}) .
b) Déterminer les points de C_f où la tangente est parallèle à la droite $\Delta: y = -3x + 1$

II/ Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x \leq 0 \\ g(x) = \sqrt{x^2 + 2x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- 1) Montrer que g est continue en 0.
- 2) Etudier la dérivabilité de g en 0 et interpréter le résultat graphiquement.
- 3) a) Justifier que g est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$ et calculer $g'(x)$ sur chacun de ces intervalles.
b) Déterminer le signe de $g'(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$.
c) Dresser le tableau de variation de g .
- 4) Déterminer les extrémums de g et préciser leurs natures.



Exercice 3

Soit la fonction $f(x) = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x$

1) Calculer $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; $f\left(\frac{4\pi}{3}\right)$; $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

2) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x + \pi) = f(x)$

3) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

b) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x) = 2 - 4\sin^2\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$

c) Calculer $f(0)$ et en déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{12}$

4) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 \geq 0$

Bonne chance
Bonne chance