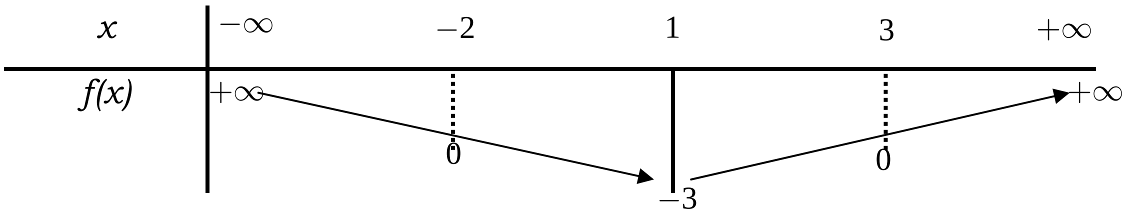
Lycée 07 Novembre 1987
de Métlaoui
Prof : Mr ZAYANI
Date: 16/11/2009

DEVOIR DE CONTROLE N°1
MATHEMATIQUES
***

DUREE 2H CLASSE 3ème SC.Tech

Exercice n°1 : Q.C.M : (4points)

On donne le tableau de variation de la fonction f:



Répondre par « vrai » ou « faux » :

1) a) $f(-3) > f(-2)$.

   b) $f(2) > f(3)$.

2) a) l'équation $f(x) = 0$ admet dans $[1,+\infty[$ 2 solutions.

   b) l'équation $f(x) = 0$ admet dans $[1,+\infty[$ 0 solution.

3) a) f admet sur IR un maximum absolu.

   b) f admet sur IR un minimum absolu.

4) a) f est positive sur $[3,+\infty[$.

   b) f est négative sur $[-2,3]$.

Exercice n°2 : (7points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{2x^2+1}+x & \text{si } x \le 2 \\ f(x) = \dfrac{2x^2-3x-2}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ conclure.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

3) Calculer f(0) puis $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{f(x)-f(0)}{x}\right)$.

4) Soit h la fonction définie sur $]2,+\infty[$ par $h(x) = f(x) - 2x$.

   Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} h(x)$

Exercice n°3 : (5points)

1) Construire un triangle ABC rectangle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)=\frac{\pi}{6}+k2\pi \quad ; k\in\mathbb{Z}$

2) Soit E et D les points du plan tels que BCDE soit un carré et :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BE}}\right)=\left(-\frac{\pi}{2}\right)+k2\pi \quad ; k\in\mathbb{Z}$$

Soit : D' le projeté orthogonal de D sur (AB)

E' le projeté orthogonal de E sur (AC)

a) Trouver la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right)$.

b) Donner une mesure de chacun des angles :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{DD'},\overrightarrow{DE}}\right),\ \left(\widehat{\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BD'}}\right) \text{ et } \left(\widehat{\overrightarrow{E'E},\overrightarrow{BE}}\right).$$

Exercice n°4 : (4points)

1) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos x+\sin x$.

2) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin x-\cos x$.

3) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi\right\}$; $k\in\mathbb{R}$, $\frac{\cos 2x}{\sin 2x-1}=\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}$..

4) Sans utiliser la calculatrice, calculer le réel :

$$\sin^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{2\pi}{8}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+\sin^2\frac{7\pi}{8}.$$

On donne:

$$\cos(x-y)=\cos x.\cos y+\sin x.\sin y$$
$$\sin(x+y)=\sin x.\cos y+\cos x.\sin y$$
$$\cos(x+y)=\cos x.\cos y-\sin x.\sin y$$