Mathématiques	Devoir de contrôle n°1		
Lycée Ibn Sina Menzel Bourguiba			
3 ème T_4	samdi :02-11-2013	Durée : 120 minutes	Prof : WALID Jebali

Exercice1 :(4points)

Répondre par **Vrai** ou **Faux** en justifiant

1) La suite u de terme général: $u_n = (n+1)^2 - (n+2)^2$ est arithmétique.

2) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{2n+1} = 0$

3) la mesure principale de l'angle orienté $(\vec{u},\vec{v}) \equiv -\dfrac{132\pi}{5}[2\pi]$ est : $\left(-\dfrac{2\pi}{5}\right)$

4) la fonction définie sur $IR\setminus\{2\}$ par : $f(x) = \dfrac{1}{x^2-4}$ est paire

Exercice 2 :(5points)

1) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-3x^7+2x^3-1\right)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^4-4x-1}{x-2x^3}$

2) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2-2x+1}{|x-1|} + 2x$

   a) Déterminer le domaine de définition de f

   b) Déterminer $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$

3) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \sqrt{x^2+1} - x$

   a) Déterminer le domaine de définition de g

   b) Montrer que pour $x \in D_g$ on a : $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$

   c) Calculer alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

Exercice 3 :(4points)

Soit A et B deux points du plan tel que : $AB = 2$

On considère les points C , D et E tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) \equiv \dfrac{9\pi}{4}[2\pi]$; $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right) \equiv \dfrac{5\pi}{12}[2\pi]$ et

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right) \equiv \dfrac{53\pi}{3}[2\pi]$

1) Déterminer la mesure principale de chacun des angles $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)$
2) Construire les points C , D et E avec : $AC = AD = 4$ et $AE = 2$
3) Donner une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}\right)$
4) Montrer que A ,D et E sont alignées
5) En déduire la valeur de $\cos(x)$ et $\sin(x)$ pour $x = \dfrac{9\pi}{4}$ et $x = \dfrac{53\pi}{3}$

Exercice 4 :(4points)

Les 3 questions sont indépendantes.

1) Etablir les formules suivantes

$1+\cos\alpha = 2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}$ et $1-\sin\alpha = 2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

2) a) Justifier les égalités suivantes : $\cos\left(\dfrac{\pi}{10}\right) = \sin\left(\dfrac{4\pi}{10}\right)$ et $\cos\left(\dfrac{2\pi}{10}\right) = \sin\left(\dfrac{3\pi}{10}\right)$

   b) En déduire : $\cos^2\left(\dfrac{\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\dfrac{2\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\dfrac{3\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\dfrac{4\pi}{10}\right) = 2$

3) Simplifier : $\sin(-x)+\sin(\pi-x)+\sin(\pi+x)$

Exercice5 :(3points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x^4 - 2x^2$

1) Montrer que f est paire
2) Soient a et b deux réels distincts
   a) Montrer que : $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} = (b+a)\left(b^2+a^2-2\right)$
   b) En déduire le sens de variation de f sur chacun des intervalles : $[0,1]$ et $[1,+\infty[$