

**Exercice n°1 : QCM (3pts) :****Trouver la bonne réponse des questions suivantes sans aucune justification :**

- La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f: x \mapsto -\frac{4}{x^2+1}$ 
  - n'est pas majorée sur  $\mathbb{R}$ .
  - n'est pas minorée sur  $\mathbb{R}$ .
  - est bornée sur  $\mathbb{R}$ .
- La fonction  $x \mapsto \frac{2x}{|x+1|}$ 
  - est continue sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
  - est continue sur  $] -\infty, -1[ \cup ] -1, +\infty[$
  - est continue sur  $[0, +\infty[$
- Soit A et B deux points distincts du plan et soit H un point de (AB) vérifiant  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB} = -3$  alors :
  - $H \in [AB) \setminus [AB]$
  - $H \in [BA) \setminus [AB]$
  - $H \in [AB]$

**Exercice n°2 ( 6 pts):**Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ .

- Montrer que  $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ .
- Déterminer le minimum de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Montrer que  $f$  est croissante sur  $[1, +\infty[$
- Déterminer  $f([2,3])$  puis  $f(]-1,2])$ .
- Montrer que l'équation  $f(x) = -1$  possède une solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[2,3]$ .
  - Donner la valeur approchée par défaut à 0,1 près de  $\alpha$ .

**Exercice n°3 ( 5 pts):**On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4 \text{ et } g(x) = x^2 - 4.$$

- Justifier que  $f$  est continue en 2.
- Justifier que  $\left| \frac{f(x)}{g(x)} \right|$  est continue en  $(-1)$ .
- Justifier que  $x \mapsto \sqrt{g(x)}$  est continue à droite en 2.
- Soit la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}}$ .
  - Déterminer le domaine de définition de  $h$ .
  - $h$  est-elle continue sur  $[-1,2]$  ? Justifier la réponse.

**Exercice n°4 (6pts) :**

Soit  $ABC$  un triangle isocèle de sommet principale  $A$  tels que :  $AB = 4$  et  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ .

Soit  $I$  le milieu du segment  $[BC]$  et  $J$  le milieu du segment  $[AC]$

1. Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AI}$ .
2. Soit  $H$  le projeté orthogonal du point  $B$  sur  $(AC)$ .
  - a. Montrer que  $AH = 2\sqrt{2}$ .
  - b. Calculer  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CH}$ .
3. Déterminer et construire les ensembles suivants:  
 $E = \{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = -8\sqrt{2}\}$ .  
 $F = \{M \in P \text{ tel que } MA^2 + MC^2 = 16\}$ .
4. Les droites  $(AI)$  et  $(BJ)$  se coupent au point  $G$ .  
Soit l'ensemble  $\zeta = \{M \in P \text{ tel que } (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{MA} = \frac{8}{3}AI^2\}$ .  
Montrer que  $\zeta$  est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.