Lycée 07 Nov. 1987 Métlaoui Prof : YAKOUBI Date : 02/11/2009	**DEVOIR DE CONTROLE N°1** **MATHEMATIQUES** **DUREE 2H CLASSE 3ème Sc.Exp**

Exercice n°1 : (3Points)

Réponde par « vrai » ou « faux » :

1) Si ($\mathscr{C}$) est un cercle de diamètre [AB] et M est un point de ($\mathscr{C}$) alors $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$.
2) Si $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ sont trois vecteurs non nuls du plan tels que $\vec{u}.\vec{v} = \vec{u}.\vec{w}$ alors $\vec{v} = \vec{w}$.
3) L'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^3 - x^2}$ est : $[1;+\infty[$.

Exercice n°2 : (6Points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et montrer que f est impaire.
2) Soit g la restriction de f à $[1;+\infty[$.

   a) Montrer que $g(x) = \sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$.

   b) Montrer que pour tout $x \in [1;+\infty[$ on a: $1 < g(x) \le \sqrt{2}$.

3) a) Montrer que g est continue sur $[1;+\infty[$

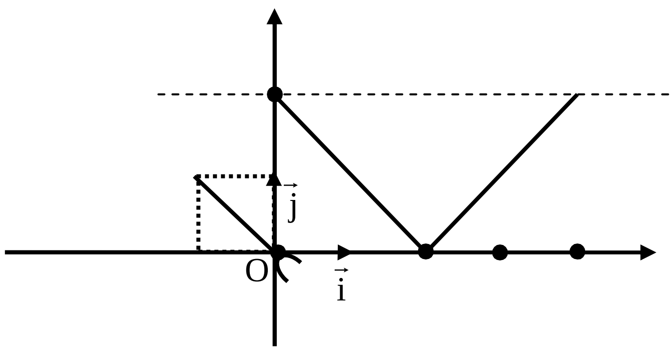
   b) Montrer que g est décroissante sur $[1;+\infty[$.

   c) En déduire $g([1;2])$.

Exercice n°3 : (4Points)

On considère la fonction f définie sur [–1,4] par :

$$f(x) = \begin{cases} x\ E(x) & \text{si } x \in [-1,0[\\ f(x)=|x-2| & \text{si } x \in [0,4] \end{cases}$$



1) Montrer que f est affine par intervalles.
2) La figure ci-contre est la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Résoudre graphiquement :

- L'équation f(x) = 0
- L'inéquation $f(x) \geq 1$

b) Préciser les intervalles sur lesquels f est continue.

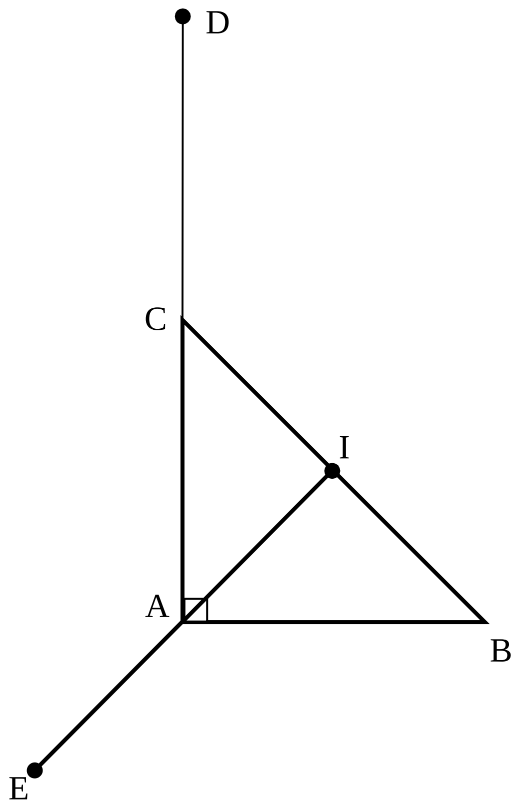
c) Déterminer $f\left(\left[-1,0\right]\right)$

<u>Exercice n°4</u> : (7Points)

(L'unité étant le centimètre)

Dans la figure ci-contre: ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que AB=4.

I est le milieu de [BC] ; D est le symétrique de A par rapport à C et E est le symétrique de I par rapport à A.



1) Prouver que AI = $2\sqrt{2}$.

2) a) Calculer les produits scalaires suivants: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AI}$; $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AI}$

b) Calculer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AD}$ et en déduire $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AD}$.

c) En utilisant les résultats de 2) a) et 2) b) calculer $\overrightarrow{DI}.\overrightarrow{BE}$. Conclure.

3) On considère les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ tels que $\vec{i} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

a) Montrer que $\mathscr{R} = \left(A, \vec{i}, \vec{j}\right)$ est un repère orthonormé du plan.

b) Déterminer les coordonnées des points B, D, I et E dans le repère $\mathscr{R}$.

c) Retrouver le résultat de 2) c).

4) Déterminer l'ensemble : $(\Gamma) = \left\{M \in P;\ \ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MD} = -8\right\}$.