

QCM : (4 points)

- 1) Le Domain de définition de la fonction : $x \rightarrow \frac{3x-1}{E(x)+2}$ est :
- a) $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ b) $] -2; +\infty[$ c) $] -\infty; -2[\cup] -1; +\infty[$ d) \mathbb{R}_+ .
- 2) Soit la fonction f définie sur $[-1; \sqrt{3}[$: $f(x) = \frac{3}{1+|x^2-3|}$, on a pour tout $x \in [-1; \sqrt{3}[$:
- a) $\frac{3}{4} \leq f(x) < 3$ b) $1 \leq f(x) < 3$ c) $\frac{3}{4} < f(x) < 3$ d) $1 < f(x) < 3$.
- 3) On donne $E = \{M \in \mathcal{P} \text{ tels que : } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -1\}$; avec A et B deux points de \mathcal{P} tel que $AB = 2$; L'ensemble E est :
- a) un cercle b) le vide c) un point d) une droite.
- 4) Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} m^2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2m-1 \end{pmatrix}$ des vecteurs du plan tels que : $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ donc la valeur de m est :
- a) 1 b) 0 c) -1 d) $\frac{1}{2}$

Premier exercice :(5 points)

On considère un repère orthonormé $(O ; \vec{i}; \vec{j})$ et les points $A(-3,-1)$; $B(1 ;3)$ et $C(3 ;1)$.

- 1) a) Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AC} .
- b) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ et en déduire la nature du triangle ABC.
- 2) Soient f et g deux applications du plan dans \mathbb{R} définie par : $f(M) = \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $g(M) = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC}$.
- a) Déterminer une équation cartésienne de l'ensemble des points M vérifiant : $f(M) = 0$.
- b) Déterminer une équation cartésienne de l'ensemble des points M vérifiant : $g(M) = 0$.
- c) En déduire les coordonnées des points M vérifiant : $\begin{cases} f(M) = 0 \\ g(M) = 0 \end{cases}$

Deuxième exercice : (5 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x-2}{x+2} & \text{si } x \in [1; +\infty[\\ 2x^2 - 1 & \text{si } x \in \left[-\frac{3}{2}; 1\right] \\ x + 5 & \text{si } x \in \left]-\infty; -\frac{3}{2}\right] \end{cases}$$

- 1) a) Calculer $f(0)$; $f(3)$ et $f(-2)$.
b) Tracer la courbe C_f dans un repère.
c) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) a) Tracer la droite $\Delta : y = -2x-1$.
b) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = -2x - 1$ puis l'inéquation $f(x) > -2x-1$.

Troisième exercice : (6 points)

I) On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = -16x^4 - 32x^3 + 32x - 11$

- 1) Vérifier que $h(x) = -(2x-1)^2(4x^2+12x+11)$.
- 2) En déduire que pour tout réel x on a : $h(x) \leq 0$.

II) on considère la figure ci-contre ou (C) est un cercle de centre O et de rayon 1 et le triangle ABC isocèle en A .

Soit M un point variable sur le segment $[OI]$ distinct de O et I ,
On note $OM = x$.

- 1) a) Montre que $BC = 2\sqrt{1-x^2}$.
b) En déduire que l'aire du ABC est : $S(x) = (1+x)\sqrt{1-x^2}$.
c) Donner l'ensemble de définition de S .

2) a) En utilisant la question I),

Montre que pour tout réel x on a : $4(1+x)^2(1-x^2) \leq \frac{27}{4}$

b) En déduire que S est majoré par $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

3) On rappelle que : **la longueur d'une hauteur d'un triangle équilatéral du coté a est $\frac{a\sqrt{3}}{2}$**

- a) Pour quelle valeur de x , le triangle ABC est il équilatéral ?
- b) Montre que S admet un maximum en cette valeur.

