Lycée
FARHAT HACHED
KEF.

MATHEMATIQUES.
DEVOIR CONTROLE 1.
3°Math.

SMAALI.
2H.

Le : **04-11-2014.**

VRAI-FAUX. (4 pts)

Répondre par VRAI ou par FAUX, sans justifier :

1) La fonction $f(x) = \frac{2014}{\sqrt{2014-x}}$ est strictement croissante sur **]-∞, 2014[.**

2) La fonction définie sur]-1, 1[par : $f(x) = x^2 + E(|x|)$ est continue en **0**.

3) L'équation : $2014\,x^{2014} + 2015\,x^{2015} = 2016$ admet au moins une solution dans **[0, 1]**.

4) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^{2014}+1}{(x+1)^{2015}}\right) = 0.$

EXERCICE ANALYSE. (5 pts)

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-m}{2-x} & \text{si } x < 0 \\ x^3 - \frac{1}{2} & \text{si } 0 \le x \le 1 \\ \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

(Où : **m** ∈ IR)

1) **a.** vérifier que pour x>1 on a $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}$

b. Montrer que : f est continue en **1**.

2) Déterminer la valeur du réel **m** pour que f soit continue en **0**.

3) Montrer que f est strictement croissante sur **[0, 1]**, et déterminer **f ([0, 1])**.

4) Montrer que l'équation **f(x)=0** admet dans l'intervalle **[0, 1]** une unique solution **α**,

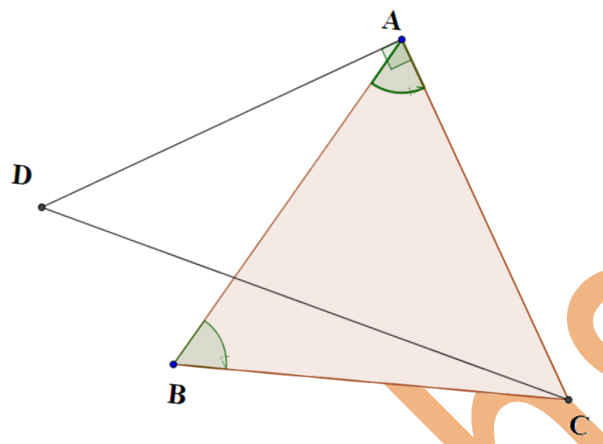
Et que $\frac{7}{10} < \alpha < \frac{9}{10}$.

EXERCICE GEOMETRIE. (11 pts)

Le plan $\mathscr{P}$ est orienté dans le sens positif.

Dans la figure ci-contre, on donne deux triangles :

- Le triangle **ABC** est tel que : $(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}}) \equiv \frac{2014\,\pi}{6}[2\pi]$ *et* $(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}) \equiv \frac{-2015\,\pi}{3}[2\pi]$
- Le triangle **ADC** est un triangle rectangle direct tel que : **AD=AC=2**.



PARTIE 1.

1) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés $(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}})$.

2) Déduire que : **ABC** est un triangle équilatéral.

3) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés $(\widehat{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}})$.

On note $(\mathscr{C})$ le cercle de diamètre [DC], elle recoupe la droite (AB) en E.

4) Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CE}})$.

5) Déduire que : **[CB]** est la bissectrice intérieur de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CE}})$.

PARTIE 2.

On note : K=S_A(D) et L le projeté orthogonale de K sur (BC).

1) **a.** montrer que : $\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{AB} = -2\sqrt{3}$

b. montrer que : $\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AK}.\overrightarrow{AB}$

c. montrer alors que : $\overrightarrow{CK}.\overrightarrow{CB} = 2(1-\sqrt{3}\,)$

d. en déduire : **CL**

e. montrer que : $KL = 1+\sqrt{3}$

2) soit **O=B*C** et **F** le point de [OA] tel que **OF=1**

a. Déterminer les coordonnées des points A, B, L et K dans le repère orthonormé (O,$\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OF}$)

b. Montrer alors que : **(AL)** et **(BK)** sont perpendiculaires.

3) Soit l'ensemble : Δ= {M∈$\mathscr{P}$: $MC^2 - MB^2 = -4\sqrt{3}$ }.

Montrer que : Δ est la droite (KL).

BON TRAVAIL.