Lycée pilote 15 octobre 1963 - Bizerte Prof: Mme Bayoudh	Classe : $2^{ème}$ Sciences $_4$
	Date : 29/01/2015
Devoir de contrôle n °3 en mathématiques	Durée : 1 heure

- ***Exercice 1 :*** ***(4,5 points)***

Soit $N = 29a435a$

où a désigne le chiffre des unités et celui des dizaines de milliers de l'entier naturel N.

1) Déterminer a pour que N soit divisible par 9.
2) Déterminer a pour que N soit divisible par 11.
3) Déterminer a pour que N soit divisible par 12.
4) a/ Déterminer a pour que le reste de la division euclidienne de N par 8 soit égal à 5.

   b/ Déterminer dans ce cas le reste de la division euclidienne de N^2 par 8.

- ***Exercice 2 :*** ***(8,5 points : 2+2,5+4)***

Les questions I) , II) et III) sont indépendantes.

I) 1) Déterminer a et b tels que pour tout $x \in IR\backslash\{0,1\}$ $\frac{14x-8}{x^2-x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$

2) En déduire deux valeurs de l'entier naturel n pour les quelles $(n^2 - n)$ divise $(14n - 8)$.

II) Montrer que $n^3 + 5n$ est divisible par 6 pour tout $n \in IN$.

III) On considère le polynôme P défini par :

$P(X) = X^{n-1} + X^{n-2} + \cdots + X^2 + X + 1.$

1) Calculer $X.P(X)$ et montrer que : $X^n - 1 = (X - 1)P(X)$
2) En déduire que pour tout $p \in \mathbb{N}$:

   * $10^p - 1$ est divisible par 9.

   * $10^{2p} - 1$ est divisible par 11.

   * $10^{2p+1} + 1$ est divisible par 11.
3) Déterminer le reste de la division euclidienne de $10^{2p} + 2015$ par 99.

- ***Exercice 3 :*** ***(7 points)***

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et A un point de $\mathscr{C}$, on note I le milieu du segment $[OA]$.

Soit Δ la médiatrice du segment $[OA]$, Δ coupe le cercle $\mathscr{C}$ en B et F .

1) a/ Construire en justifiant Δ' l'image de la droite Δ par la translation de vecteur $\overrightarrow{OI}$.

   b/ Construire $\mathscr{C}'$ l'image du cercle $\mathscr{C}$ par la translation de vecteur $2\overrightarrow{OA}$, on note O' son centre.

   c/ Montrer que la droite Δ' est une tangente commune aux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

2) Soit C le symétrique du point F par rapport au point O.

   a/ Construire le point $B' = t_{2\overrightarrow{OA}}(B)$

   b/ Montrer que les points C, B et B' sont alignés.

   c/ La droite (BB') recoupe le cercle $\mathscr{C}'$ en C'. Montrer que $t_{2\overrightarrow{OA}}(C) = C'$

3) Soient $D = t_{\overrightarrow{AF}}(C)$ et $E = t_{\overrightarrow{BA}}(D)$.

Montrer que $F = t_{\overrightarrow{CB}}(E)$.

http://mathematiques.kooli.me/

Bon travail et bonne chance