Lycée Rejiche 2010-2011	Devoir de Contrôle N°1 Mathématiques	Mr Mekki 4ème Sexp2

Exercice n°1: (4 pts)

Donner la bonne réponse

Réponses / Questions	**a**	**b**	**c**
z est un nombre complexe, alors Im (-iz) est égale :	**i Re(z)**	**- Re(z)**	**Im (z)**
Si $z = e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{-i\frac{\pi}{6}}$ alors	$\arg z \equiv \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} [2\pi]$	$\arg z \equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} [2\pi]$	$\arg z \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$
Si $\frac{\pi}{6}$ est un argument de z alors un argument de $\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{z}^2}$ est :	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
Si $z = -\sqrt{3} + e^{i\frac{\pi}{6}}$ alors la forme exponentielle de z est :	$e^{i\frac{5\pi}{6}}$	$e^{i\frac{7\pi}{6}}$	$\sqrt{3}\, e^{-i\frac{\pi}{6}}$

Exercice n°2 : (4 pts)

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 8$; $b= -4 + 4i$ et $c = -4i$

1) **a-** Placer les points A, B et C.

   b- Ecrire chacun des nombres complexes a, b et c sous forme exponentielle.

   c- Montrer que ABC est rectangle et isocèle.

2) On désigne par A', B' et C' les points d'affixes respectives a', b' et c' définies par :

$$a' = 8e^{i\frac{\pi}{3}} \quad b' = 4\sqrt{2}\ e^{i\frac{13\pi}{12}} \quad \text{et} \quad c' = -4ie^{i\frac{\pi}{3}}$$

   a- Ecrire a' et c' sous forme algébrique

   b- Etablir que $b' = -2(1+\sqrt{3}) + 2(1-\sqrt{3})\, i$

Exercice n°3 : (3 pts)

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{1+x^2} - x$

2) Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = (\sqrt{1+x^2} - x)\sin x$

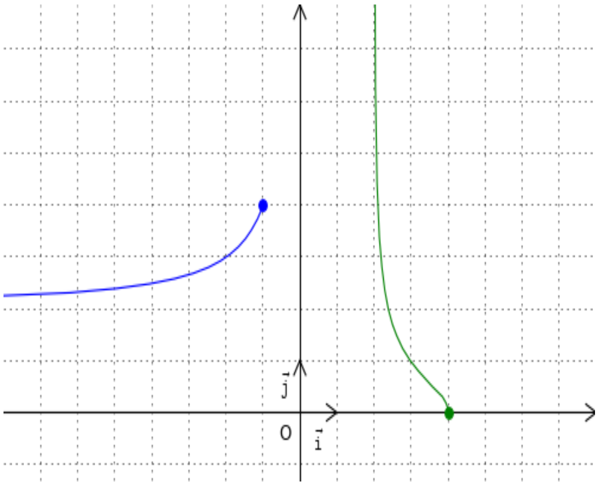
   a- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$ on a $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2} + x}$

b- Montrer que pour tout $x \in IR_+^*$ on a $|f(x)| \leq \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}$

c- En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

Exercice n°4 : (4 pts)

Dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ci-contre est tracée les courbes représentatives (C) et (C') respectives des fonctions f et g.



La fonction f est définie sur $]-\infty,-1]$

et la fonction g est définie sur $]2,4]$

1) Donner graphiquement : f(-1) ; f(-2) ; g(4) ; g(3) et $\lim\limits_{x \to -\infty} f$ et $\lim\limits_{x \to 2^+} g$

2) Déterminer $g \circ f([-2,-1])$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g \circ f(x)$

3) **a-** Montrer que pour tout réel a et b tel que $a<b\leq -1$ on a $g \circ f(a) > g \circ f(b)$

b- En déduire le sens de variation de $g \circ f$ sur $]-\infty,-1]$.

4) Montrer que l'équation $g \circ f(x) = \frac{1}{2}$ admet une solution unique α dans $]-2,-1[$

Exercice n°5 : (5 pts)

On considère la suite (U_n) définie sur IN par :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2}(1+a) \quad \text{avec } a \in]0,+\infty[\\ U_{n+1} = \frac{1}{2}\left(U_n + \frac{a}{Un}\right) \text{ pour tout } n \in IN \end{cases}$$

1) Montrer que pour tout $n \in IN$; $U_n \geq \sqrt{a}$

2) **a-** Montrer que la suite (U_n) est décroissante.

b- Montrer que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.

3) Soit la suite V_n définie sur IN par $V_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n}$

Montrer que V_{2n} et V_{2n+1} sont adjacentes.

Bon Travail