*Lycée de Souassi*

***

# DEVOIR DE CONTROLE N° 1

***

*31/10/2011*

**SECTIONS :** 4éme *Sciences Expérimentales* **2**
**EPREUVE :** *Mathématiques*
**DUREE :** 2 *heures*
**PROFESSEUR :** *Mr Wissem Fligène*

**Exercice 1** : (4 pts)

*Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*

**1.** $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+1}-x$ est égal à :

a) $-\infty$  b) $+\infty$  c) $0$

**2.** Si $f$ est une fonction continue et strictement croissante sur l'intervalle $]-1,1[$ et telle que $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)=-\infty$ et $\lim_{x\to1^-} f(x)=+\infty$ alors l'équation $f(x)=2011$ :

a) admet une unique solution dans $]-1,1[$.
b) n'admet pas de solution dans $]-1,1[$.
c) admet exactement 3 solutions dans $]-1,1[$.

**3.** Un argument du nombre complexe $z=ie^{i\frac{\pi}{3}}$ est :

a) $-\frac{\pi}{3}$  b) $\frac{5\pi}{6}$  c) $\frac{4\pi}{3}$

**4.** Le module de $Z=-3\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{i}\right)$ est égal à :

a) $-3\left|\frac{1+i\sqrt{3}}{i}\right|$  b) $3\left|1+i\sqrt{3}\right|$  c) $3\left(\left|1+i\sqrt{3}\right|-|i|\right)$

**Exercice 2** : (6 pts)

Soit la fonction $f$ définie par : $f(x)=\begin{cases} 1+x^2\sin\left(\frac{\pi}{x}\right) & \text{si } x>0 \\ x^3+x+1 & \text{si } x\le 0 \end{cases}$

1. Déterminer le domaine de définition de $f$
2. a) Montrer que pour tout $x\in\,]0,+\infty[$, on a : $1-x^2\le f(x)\le 1+x^2$.
   b) En déduire la limite de $f$ à droite en 0.
   c) Etudier la continuité de $f$ en 0.
3. a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution $\alpha$ dans $]-1,0[$.
   b) Donner une valeur approchée de $\alpha$ à $10^{-1}$ près.
4. Calculer ces limites :

   a) $\lim_{x\to2^-} f\left(\frac{1}{x-2}\right)$  b) $\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{x-1}{x^2+2}\right)$

**Exercice 3** : (6 pts)

1. Soit les nombres complexes $z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$
   a) Ecrire $z_1$ sous forme algébrique.
   b) Ecrire $z_2$ sous forme exponentielle.
2. Dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A = \sqrt{2}z_1$ et $z_B = i\overline{z_2}$
   a) Montrer que OAB est un triangle isocèle.
   b) Ecrire $\frac{z_A}{z_B}$ sous forme algébrique puis sous forme exponentielle.
   c) En déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$.
   d) Donner les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
3. Pour tout point $M(z) \in P \backslash \{B\}$, on associe le point $M'(z')$ tel que : $z' = \frac{z - z_A}{z - z_B}$.
   a) Déterminer l'ensemble des points M lorsque $M'$ décrit la droite $(O, \vec{u})$.
   b) Déterminer l'ensemble des points $M'$ lorsque M décrit la médiatrice du segment $[AB]$.

**Exercice 4** : (4 pts)

Dans la figure de la page à rendre avec la copie, $(O, \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, $\zeta$ est le cercle de centre O et de rayon 2 et B est un point de $\zeta$ d'affixe $z_B$.

1. a) Déterminer par une lecture graphique le module et un argument de $z_B$.
   b) En déduire la forme algébrique de $z_B$.
2. a) Placer sur la figure le point $B'$ d'affixe $z_B$, tel que $z_{B'} = \overline{z_B}$
   b) Montrer que $OBA'B'$ est un losange.

FEUILLE A RENDRE AVEC LA COPIE

Nom & prénom : ……………………………………………………………………………………