L.H.Soussa II L.M.Monastir	Devoir de Contrôle N°3	A.S :2023/2024
Mr : Laabidi Saber	Mathématiques	Classes 4ème T
Mr : Zrafi Karim		Durée : 2.h

Exercice N°1: (5 pts)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du prix d'un quintal, exprimé en dinars d'un produit agricole :

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang x	0	1	2	3	4	5
Prix yi du quintal	52,1	58,5	66,4	74,7	84,6	96

1) a) Représenter le nuage de points associée à la série statistique (x, y) dans un repère orthogonal

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (x. y) et le placer sur le graphique.

2) On admet dans cette question que le nuage de points suggère un ajustement affin.

a) Vérifier qu'une équation de la droite d'ajustement par la méthode de Mayer de ce nuage est

$y = 8,7\,x + 50,3$.

b) Déterminer, à l'aide de cet ajustement, le prix du quintal en 2024.

3) On pose $z = \ln(y)$. Dans la suite les résultats serons arrondis au centième.

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang x_i	0	1	2	3	4	5
$z_i = \ln(y_i)$		4,07				4,56

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (x_i, z_i).Interpréter.

c) Donner l'équation de régression de z en x .

d) En déduire que $y = 51,94\,e^{0,12x}$

d) Déterminer le prix du quintal en 2024 à l'aide de cet ajustement.

4/ En réalité le prix du quintal en 2024 de ce produit s'est élevé à 195 dinars.

Lequel des deux ajustements est le plus pertinent ?

Exercice N°2 : (6 pts)

Dans un magasin d'informatique : un Disque dur SSD et une Carte graphique sont en promotion pendant une semaine.

- **60% des clients achètent le Disque dur.**
- **6% des clients achètent à la fois les deux articles.**
- **11% des clients achètent la Carte graphique.**

Un client se présente. On considère les évènements : D « le client achète le Disque durs »

C « le client achète la Carte graphique »

1) a) Calculer la probabilité que le client achète le Disque dur ou la Carte graphique.

b) Calculer la probabilité que le client achète seulement la Carte graphique.

c) Calculer la probabilité que le client n'achète aucun article.

d) Un client a acheté un Disque dur, quelle est la probabilité qu'il achète encore une carte graphique.

2) Cinq clients arrivent à ce magasin. On suppose que leurs décisions d'achats sont indépendantes. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre des clients qui achètent les deux articles.

a) Prouver que X suit une loi binomiale et déterminer sa loi de probabilité.

b) Calculer la probabilité des événements suivants :

A « Exactement deux clients achètent les deux articles »

B « Au moins un client achète les deux articles »

G « Seul le troisième client achète les deux articles »

c) Calculer E(X) et V(X)

3) La durée de vie d'un Disque dur en années est une variable aléatoire Y qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.02$

Calculer la probabilité que :

a) Le Disque dur a une durée de vie supérieure à 5 ans.

b) Le Disque dur a une durée de vie inférieure à 10 ans.

c) Le Disque dur a une durée de vie inférieure à 10 ans, sachant qu'il a dépassé 5 ans sans avoir de panne.

d) Le gérant du magasin commande n Disque durs ($n \in \mathbb{N}^*$).

On suppose que la durée de vie d'un Disque dur est indépendante de celle des autres. Déterminer la plus petite valeur de n pour que la probabilité d'avoir au moins un Disque dur de durée de vie plus que 5 ans soit supérieure à 0,99.

Exercice N°3 : (9 pts)

On considère la fonction f définie sur $]-1\,,+\infty[$ par : $f(x)=-2x+x\ln(x+1)$.

On désigne par ζ_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

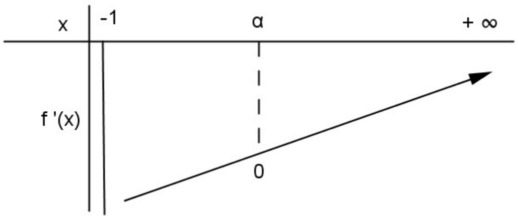
1)a) Calculer $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que $f'(x)=-\dfrac{x+2}{x+1}+\ln(x+1)$ pout tout $x\in\,]-1\,,+\infty[$.

b) Le tableau ci-dessous indique la variation de la fonction dérivée f' de f .

Le réel α vérifie $f'(\alpha)=0$.



Déterminer alors le signe de $f'(x)$ sur $]-1\,,+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3) Dans la figure donnée en annexe est représentée la courbes ζ_g de fonction g définie sur $]-1,+\infty[$

par : $g(x)=\dfrac{-x^2}{x+1}$ et la droite $\Delta : x=-1$ et on a placer le réel α.

a) Vérifier que $\ln(\alpha+1)=\dfrac{\alpha+2}{\alpha+1}$ et en déduire que $f(\alpha)=g(\alpha)$.

b) Construire le point P d'abscisse α de la courbe ζ_f .

4) a) Déterminer les points d'intersections de ζ_f avec l'axe des abscisses.

b) Tracer ζ_f sur la feuille annexe.

5)a) Vérifier que pour tout $x\succ-1$ on a : $g(x)=1-x-\dfrac{1}{x+1}$.

b) Calculer $\displaystyle\int_0^{\alpha} g(x)\,dx$.

c) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que

$$\int_0^{\alpha} x\ln(x+1)\,dx=\frac{1}{2}\alpha^2\ln(\alpha+1)+\frac{1}{2}\int_0^{\alpha} g(x)\,dx .$$

3/ On désigne par A l'aire de la partie du plan limitée par ζ_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=\alpha$.

Montrer que $A=\dfrac{3\alpha^3-\alpha^2+4}{4(\alpha+1)}$.

Feuille **Annexe à rendre avec la copie**

Nom et prénom :................................

Exercice N°3