L.P El Manehel.Monastir A.S :2022/2023

Devoir de Contrôle N°3

Mr : Zrafi | Mathématiques | Classes $4^{ème}$ T

Durée : 2.h

Exercice N°1: (4 pts)

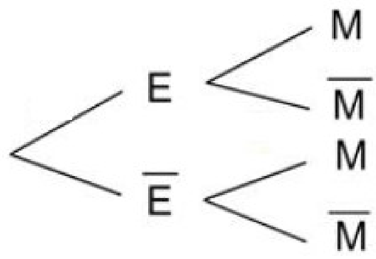
Pour contrôler la qualité de son produit, une usine de fabrication de machines effectue deux tests Le premier test vérifie la partie électrique et le deuxième test vérifie la partie mécanique. Les deux tests sont faits indépendamment l'un de l'autre, on constate :

- 64% des machines n'ont aucun défaut
- 20% des machines ont un défaut électrique
- Parmi les machines ayant un défaut électrique, 60% ne présente pas de défaut mécanique

I) On note les évènements suivants :

✓ E : « la machine présente le défaut électrique »

✓ M : « la machine présente le défaut mécanique »



1) a) Déterminer $p(E)$ et $p(\overline{E}\cap\overline{M})$

   b) En déduire que $p(\overline{M}/\overline{E})=0,8$

   c) Calculer $p(M)$

2) Calculer la probabilité qu'une machine présente au moins un défaut.

3) La machine ne présente pas un défaut mécanique. Quelle est la probabilité qu'elle présente un défaut électrique

Exercice N°2 : (4 pts)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\right)$ on considère les points $A(-1,1,3)$,$B(2,1,0)$, $C(2,-1,2)$ et I le milieu de $[AB]$

1/a) Déterminer les composantes de $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

a) Donner une équation du plan P défini par les points A, B et C.

2/ Montrer qu'une équation du plan médiateur de $[AB]$ est $Q: x-z+1=0$.

3/ Soit $S=\left\{M\in\xi \text{ tel que } : \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MB}=0\right\}$.

a) Montrer que S est une sphère de centre J et de rayon $R=\sqrt{2}$.

b) Caractériser $S\cap P$.

c) Calculer la distance du point J au plan Q puis déterminer $S\cap Q$.

Exercice N°3 : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+2)e^{-x}$.

On désigne par (ζ_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$. Interpréter les résultats.

b) Vérifier que $f'(x)=-(x+1)e^{-x}$ pour tout $x\in\mathbb{R}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

2/a) Préciser les coordonnées des points d'intersections de (ζ_f) avec les axes du repère.

b) Tracer (ζ_f) .

3/ Soit F la fonction définie sur $[-2\,;+\infty[$ par $F(x)=\int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.

a) Montrer que F est dérivable sur $[-2\,;+\infty[$ et calculer $F'(x)$ puis déduire la variation de F.

b) En utilisant une intégration par partie Montrer que $F(x)=e^2-(x+3)e^{-x}$.

c) Déduire l'aire de la partie du plan limitée par (ζ_f) , l'axe des abscisses et les droites $x=0$ et $x=-2$.

Exercice N°4 : (6 pts)

Soit u la suit réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=\dfrac{2}{\sqrt{4-u_n^2}} \end{cases}$, $n\in\mathbb{N}$

1) a- Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$ on a : $0\le u_n\le\sqrt{2}$.

b- Montrer que $u_{n+1}^2-u_n^2=\dfrac{(2-u_n^2)^2}{4-u_n^2}$.

c- En déduire que la suite u est croissante.

d- Montrer que u est convergente et donner sa limite.

2) Soit la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n=\dfrac{u_n^2}{2-u_n^2}$.

a- Montrer que v est une suite arithmétique de raison 1.

b- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

c- Retrouver la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$.

3) Soit la suite w définie sur $\mathbb{N}^*$ par $w_n=\ln\left(\dfrac{u_n}{2}\right)$.

Exprimer $S_n=w_1+w_2+...+w_n$ en fonction de n.