

Exercice N°1

(3pts) :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer la bonne réponse :

1) La valeur moyenne de la fonction $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ sur $[1, e]$ est égale :

a) $2(e + 1)$

b) $e - 1$

c) $\frac{1}{2(e-1)}$

2) La solution de l'équation dans \mathbb{R} $3^x = 2$ est :

a) $x = \frac{2}{3}$

b) $x = \ln \frac{2}{3}$

c) $x = \frac{\ln 2}{\ln 3}$

3) Soit $(\Omega, p(\Omega), p)$ un espace probabiliste fini. A et B deux évènements indépendants tel que $p(A) = 0,2$ et $p(B) = 0,6$ alors :

a) $p(A \cup B) = 0,76$

b) $p(A \cup B) = 1$

c) $p(A \cup B) = 0,68$

Exercice N°2

(7pts) :

Soit la fonction f définie par $f(x) = (-2x - 4)e^{-\frac{x}{2}} + 2 - x$ et ξ_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j})

Partie A

Pour tout réel x , on considère la fonction g définie par : $g(x) = x - e^{\frac{x}{2}}$.

1) Etudier les variations de la fonction g .

2) En déduire le signe de $g(x)$ pour tous les valeurs x .

Partie B

1) Calculer la limite de f en $-\infty$ et $+\infty$.

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2 - x)]$ puis interpréter graphiquement la résultat .

3) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = g(x)e^{-\frac{x}{2}}$

4) En déduire le sens de variations de f .

5) Déterminer les coordonnées du point A intersection de ξ_f de f et de son asymptote Δ . En déduire la position relatives de ξ_f et Δ .

6) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique λ dans \mathbb{R} et que $-2 < \lambda < -1$.

7) Donner une équation de la tangente (T) à ξ_f au point d'abscisse 0.

8) Tracer ξ_f et Δ dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

9) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par ξ_f et Δ et les droites d'équation $x = -2, x = 0$.

Exercice N°3

(4pts) :

1) On donne l'intégrale suivante $K = \int_0^1 \frac{x^2}{x+2} dx$.

a- Montrer que pour tout réel $x \in [0, +\infty[$ on a : $\frac{x^2}{x+2} = x - 2 + \frac{4}{x+2}$

b- En déduire la valeur de K.

2) On considère les intégrales I et J suivantes $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4} dx$ et $J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x+4} dx$

a- Calculer $I + J$ et $I - 3J$.

b- En déduire les valeurs exactes de I et J exactes

Exercice N°4

(6pts) :

Un sondage effectué auprès des automobilistes ayant effectué un trajet reliant deux villes V et V' montre que 60% des automobilistes transportent des enfants et que parmi ceux-ci 85% se sont arrêtés une fois au cours de trajet, alors que 70% des automobilistes voyagent sans enfants ne sont pas arrêtés.

On interroge au hasard un automobiliste. On note :

A l'événement « l'automobiliste interrogé s'est arrêté au moins une fois »

E l'événement « l'automobiliste interrogé transporte des enfants »

1) Construire l'arbre pondéré décrivant la situation.

2) Préciser les probabilités suivantes : $P(\bar{E})$, $P(A/E)$ et $P(A/\bar{E})$.

« A/E désigne l'événement A sachant que E est réalisé et \bar{E} est l'événement contraire de E ».

3) Calculer les probabilités $P(A \cap E)$ et $P(A)$.

4) Calculer la probabilité qu'un automobiliste transporte des enfants sachant qu'il ne s'est pas arrêté.

