Ministère de l'éducation	*Devoir de contrôle n°3*	Mr. FATNASSI BECHIR
Lycée secondaire de Korba	*Durée deux heures*	4. Tech . Le 24 .04. 2018

Exercice n°1 : **(3 pts)**

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro et la lettre correspondants à la réponse choisie. Aucune Justification n'est demandée

Question 1 :

Soit A et B deux évènement indépendants tels que $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,5$ alors $p(A \cup B) =$

a / 0,75 **b /** 1 **c /** 0,5

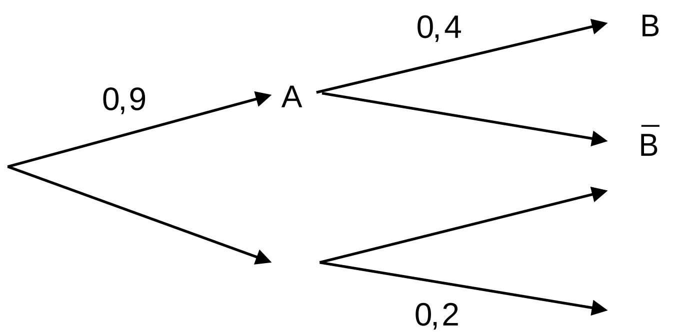
Question 2 :

On considère l'intégrale $I = \int_1^e \frac{1}{x\sqrt{1+\ln(x)}}dx$ alors I est égale à :

a / $e - 1$ **b /** $\sqrt{2}$ **c /** $2\sqrt{2} - 2$

Question 3 :

On représente une expérience aléatoire par l'arbre de probabilité si dessous :



Alors $p(A/B) =$

a/ $\frac{9}{11}$ **b/** $\frac{11}{25}$ **c/** $\frac{3}{25}$

Exercice n°2 : **(5 pts)**

Soient les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}} \quad ; \quad J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}}dx \quad \text{et} \quad J = \int_0^1 \sqrt{x^2+2}\,dx$$

Soit f la fonction définie sur [0 ; 1] par : $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+2}\right)$.

1°) a. Montrer que f est dérivable sur [0 ; 1] et calculer sa dérivée $f'(x)$.

b. En déduire la valeur de I.

2°) a. Sans calculer J et K vérifier que $J + 2I = K$

b. Montrer que $K = \sqrt{3} - J$

c. En déduire les valeurs de J et K .

Exercice n°3 : **(7 pts)**

II) Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=\frac{2e^x-1}{e^x+1}$. On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) a. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b. Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c. Dresser le tableau de variation de f.

d. Montrer que l'équation : $f(x)=x$ admet une seule solution α ; vérifier que $1{,}25<\alpha<1{,}75$

2°) a. Montrer que le point $I\left(0,\frac{1}{2}\right)$ est un centre de symétrie pour (C_f)

b. Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point $I\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

c. Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x)=f(x)-\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$

Montrer que g est strictement décroissante sur IR.

Calculer $g(0)$ et déduire la position relative de (C_f) et (T).

3°) Tracer (T) et (C_f)

4°) a. Montrer que f réalise une bijection de IR sur l'intervalle $]-1,2[$

b. Tracer la courbe (C') de la fonction réciproque f^{-1}.

c. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in\ ]-1,2[$

5°) a. Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x)=\frac{3e^x}{e^x+1}-1$

b. Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) et l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x=0$ et $x=1$.

Exercice n°4 : **(5 pts)**

On considère une urne U_1 contenant quatre boules blanches numérotées 0 , 0, 1 , 2 et deux boules noires numérotées 1 , 2 . Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

1°) On tire simultanément et au hasard deux boules.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

A« Obtenir une seule boule noire »

B« Obtenir deux boules dont le produit des numéros inscrits sur les boules tirées est nul »

C« Obtenir une seule boule noire sachant que la somme des deux numéros inscrits sur les boules tirées est nul »

2°) Soit X l'aléa numérique qui à chaque tirage de deux boules associe la somme des numéros inscrits sur les boules tirées.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer son espérance mathématique et sa variance.

c. Définir sa fonction de répartition F et la tracer dans un repère orthogonal

3°) On dispose maintenant d'une pièce de monnaie parfaite et d'une urne U_2 contenant trois boules blanches et deux noires .

On considère l'épreuve suivante : on lance la pièce de monnaie.

- Si on obtient face on tire simultanément et au hasard deux boules de U_1.
- Si on obtient pile , on tire successivement et sans remise deux boule de U_2

a. Calculer la probabilité de l'évènement H« Obtenir une seule boule blanche »

b. Sachant que les deux boules tirées sont blanches , quelle est la probabilité d'obtenir pile