Ministère de l'éducation	*Devoir de contrôle n°3*	Mr. FATNASSI BECHIR
Lycée secondaire de Korba	*Durée deux heures*	4. Tech Le 10 .03. 2018

Exercice n°1 : (6 pts)

Une étude scientifique effectuée sur les jeunes d'un pays donné a donné les résultats suivants:

45% sont des filles et 55% sont des garçons.

* Parmi les filles 90% ont terminé leurs études supérieures.
* Parmi les garçons 80% ont terminé leurs études supérieures.

On choisit une personne au hasard. On note les évènements suivants.

F<< La personne choisie est une fille >>

G<< La personne choisie est un garçon >>

S<< La personne choisie a terminé ses études supérieures >>

1°/ Construire un arbre de probabilité modalisant ces résultats.

2°/ Calculer la probabilité de ces évènements :

a / La personne choisie est un garçon et qui a terminé ses études supérieures.

b / La personne choisie est une fille et qui a terminé ses études supérieures.

3°/ Montrer que $p(S)=0,845$

4°/ Quelle est la probabilité que la personne choisie est un garçon sachant qu'il a terminé ses études supérieures.

5°/ a / On interroge indépendamment 5 personnes. Et on désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de personnes qui ont terminé leurs études supérieures.

* déterminer la loi de probabilité de X.
* Calculer son espérance son écart type

b / On interroge maintenant n personnes .

Quel est le nombre minimal de personnes interrogées pour que la probabilité qu'au moins une personne a terminé ses études supérieures soit supérieure strictement à 0,9.

Exercice 2 : (7 pts)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soient les points $E(3,-3,0)$ et $F(-3,-3,8)$; le plan $P: x+2y-2z+5=0$ et l'ensemble **S** des points $M(x,y,z)$ tels que : $x^2+y^2+z^2+6y-8z=0$.

1°/ Montrer que **S** est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R .

2°/ a / Déterminer la représentation paramétrique de la droite Δ passant par I et perpendiculaire à **P.**

b / Déterminer les coordonnées du pont H l'intersection de **P** et Δ

3°/ Montrer que **P** coupe **S** selon un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

4°/ Soit le plan $Q: -3x+4z+9=0$; Montrer que **Q** est tangent à **S** en E

5°/ a / Vérifier que $[EF]$ est un diamètre de **S.**

b / En déduire une équation du plan **Q'** parallèle à **Q** et tangent à **S.**

6°/ Soit le point $G(0,-6,0)$.

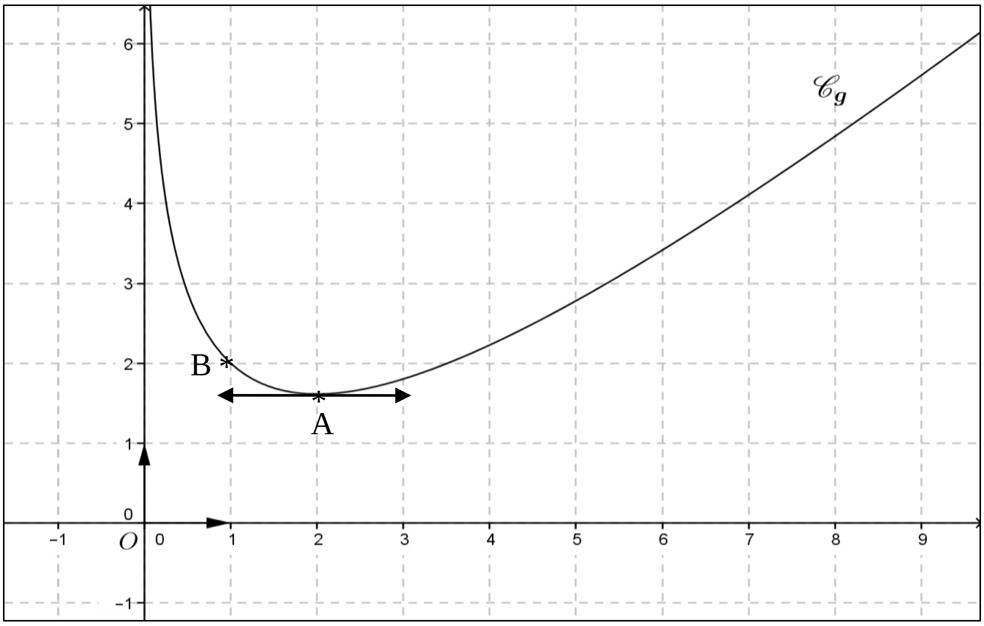
a / Montrer que le quadrilatère OEFG est un tétraèdre inscrit dans la sphère **S.**

b / Calculer le volume du tétraèdre OEFG.

<u>Exercice 3</u> : (7 pts)

Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=ax+1+b.\ln x$ où a et b deux réels.

Ci-dessous on a tracé sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.



1°/ a / Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$: $g(x)>0$

b / Sachant que (C_g) passe par le point $B(1,2)$ et admet au point A d'abscisse 2 une tangente horizontale , montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$: $g(x)=x+1-2\ln x$

2°/ Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=x+\ln x-\ln^2 x$ .On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a / Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, on a : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$

b / Dresser le tableau de variation de f.

c / Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1.

d / Montrer que l'équation : $f(x)=0$ admet une seule solution α sur $]0,+\infty[$ et vérifier que $0,6<\alpha<0,7$

3°/ a / Montrer que (C_f) admet, au voisinage de $(+\infty)$, une branche infinie parabolique de direction celle de la droite $\Delta : y=x$

b / Etudier la position relative de la courbe (C_f) et de la droite Δ.

4°/ a / Montrer que f réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur IR.

b / Soit f^{-1} la fonction réciproque de f ; tracer dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ La courbe (C_f) et la courbe (C') de f^{-1}.

Exercice 2 : (5 pts)

Soit la fonction h définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x)=x(a\ln x+b)$ où a et b deux réels.

Le tableau de variation de la fonction h est le suivant :

x	0		e		$+\infty$
$h(x)$	||	$\searrow$	$-4e$	$\nearrow$	

1°/ a / Déterminer en fonction de a et b l'expression de $h'(x)$.

b / A l'aide des renseignements fournis par le tableau de variation , déterminer les réels a et b .

2°/ On prend dans la suite : $h(x)=x(4\ln x-8)$

On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=x^2(2\ln x-1)$.

a / Déterminer $g'(x)$

b / En déduire une primitive H de h sur $]0,+\infty[$

Exercice 4 : (3 pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer le numéro et la lettre correspondants à la réponse choisie. Aucune Justification n'est demandée.

Question1 :

Pour tout réel x $x\neq 0$, on a : $x-\ln(x^2)$ est égal à :

a. $x-2\ln x$ **b.** $x-\ln^2 x$ **c.** $x-\ln^2|x|$

Question2 :

Une primitive de : $x\mapsto \dfrac{x}{1-x^2}$ sur $]1,+\infty[$ est :

a. $x\mapsto \frac{1}{2}\ln(1-x^2)$ **b.** $x\mapsto \frac{1}{2}\ln(x^2-1)$ **c.** $-\frac{1}{2}\ln(x^2-1)$

Question3 :

- L'ensemble de définition de la fonction $f: x\mapsto \dfrac{1}{x\ln x}$ est:

a. $]1,+\infty[$ **b.** $]0,+\infty[$ **c.** Autre

- Une primitive de f est la fonction définie par :

a. $x\mapsto \ln^2 x$ **b.** $x\mapsto \dfrac{\ln x}{x^2}$ **c.** Autre