DEVOIR DE CONTROLE N°2

EXERCICE N°1 — 7 POINTS

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j};\vec{k})$

Soit la droite Δ de représentation paramétrique $\Delta:\begin{cases} x=-2t \\ y=t \\ z=1+2t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

1) a) Vérifier que le point $A(0;0;1)\in\Delta$

b) Soit le point $I(-1;-1;2)$ et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$

Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AI}\wedge\vec{u}$; en déduire d(I ;Δ)

2) Soient les points $B(1;0;2)$ et $C(2;4;1)$

a) Vérifier que le vecteur $\vec{u}$ est orthogonal à chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

b) En déduire qu'une équation du plan P=(ABC) est P : -2x+y+2z-2=0

c)Vérifier que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{u}$ puis calculer le volume du tétraèdre IABC

d) En déduire l'aire du triangle ABC.

3) Soit S $=\{M(x;y;z);\,x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+4=0\}$

a) Montrer que S est une sphère de centre I et de rayon $\sqrt{2}$

b) Montrer que S∩P est un cercle dont on précisera le centre et le rayon

c) Montrer que Δ est tangente à S et préciser le point de contact.

EXERCICE N°2 — 6POINTS

Soit(I_n) la suite définie sur ℕpar $I_n=\int_0^1\frac{x^{n+1}}{\sqrt{x^2+1}}dx$

1) a) Montrer que $I_0=\sqrt{2}-1$

b) Montrer que la suite(I_n) est positive et décroissante

c) En déduire que la suite (I_n) est convergente

2) a) Montrer que pour tout entier naturel on a $0\le I_n\le\frac{1}{n+2}$

b) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

LYCEE BIR LAHMAR

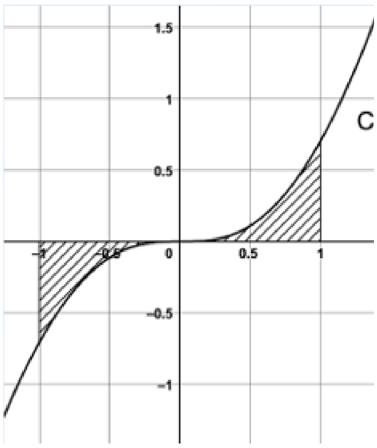
3) a) Montrer que $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

b) En déduire que $I_0 + I_2 = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

4) on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}$

On a représenté ci-contre la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative

de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$



a) Montrer que f est impaire

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie hachurée

EXERCICE N°3 — 7 POINTS

A) Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = 1 - \frac{1}{x} - \ln x$

1) Dresser le tableau de variations de g .

2) Calculer $g(1)$ puis déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in]0,+\infty[$.

B) Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = 2x - 2 - (x+1)\ln x$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que pour tout $x \in]0,+\infty[$, on a : $f'(x) = g(x)$

2)a) Dresser le tableau de variations de f .

b) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α dans $]0,+\infty[$ et que $0,2 \prec \alpha \prec 0,25$

c) Préciser la tangente T à (C) au point d'abscisse 1.

d) Tracer (C) et T sur l'annexe

3) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera

4) a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_1^e (x+1)\ln x \quad dx$

b) Calculer alors l'aire A de la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives : x=1 et x=e

LYCEE BIR LAHMAR

ANNEXE à rendre avec la copie