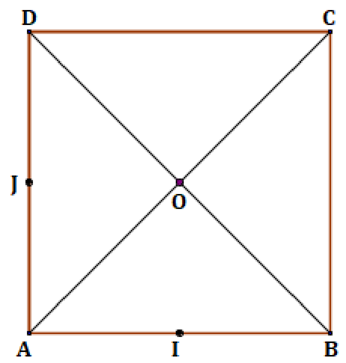
Lycée I. K. Jemmel Classe : 4M	Devoir de Contrôle n°2 Mathématiques	Mr : Afli Ahmed A.S : 2019/2020

Exercice 1 : (7points)

Soit ABCD un carré direct de centre O tel que AB = 1.

Soit I et J les milieux respectifs de [AB] et [AD].

On note S la similitude directe de centre Ω tel que S(D) = O et S(C) = I.



1) Déterminer le rapport et une mesure de l'angle de S.

2) a) Préciser S ((BD)) et S ((BC)).

b) Préciser S(B) puis déduire que S(A) = J.

3) On muni le plan complexe par le repère orthonormé direct $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$

a) Préciser les affixes respectifs des points de la figure.

b) Déterminer l'expression complexe de S.

c) Déduire l'affixe de son centre Ω.

4) Soit g la similitude indirecte tel que g(D) = O et g(C) = I.

a) Vérifier que g = $S_{(OI)} o S$. ($S_{(OI)}$ désigne la symétrie orthogonale de l'axe (OI))

b) Déterminer g(B).

c) Déduire que (OB) est l'axe de g.

Exercice 2 : (6points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Soit Γ la conique de foyer F(2,0) et de directrice D la droite d'équation x = -2 et passant

par le point A(3,2$\sqrt{6}$).

1) Montrer que Γ est une parabole.

2) a) Ecrire une équation cartésienne de la parabole Γ.

b) Tracer Γ.

3) Soit m un réel donné et M le point de la parabole Γ d'ordonné m et d'abscisse x.

a) Exprimer x en fonction de m.

b) Déterminer une équation de la tangente à Γ au point M en fonction de m.

4) Montrer que si M et M ' sont deux points distincts de Γ d'ordonnées respectives m et m',

les tangentes à   en M et M ' sont sécantes. Soit I leur point d'intersection.

Déterminer les coordonnées de I en fonction de m et m'.

Exercice 3 : (7points)

Soit f la fonction définie sur [0, +∞ [par : $\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

2) On considère la fonction F définie sur [0, +∞ [, par F(x) = $\int_0^x f(t)dt$

a) Justifier l'existence de F.

b) à l'aide d'une intégration par parties montrer que :

$$F(x) = 2\sqrt{x}\ln(x+1) - \int_0^x \frac{2\sqrt{t}}{1+t}dt$$

3) Soit H la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ par $H(x) = \int_0^{\tan^2 x} \frac{2\sqrt{t}}{1+t}dt$

a) Montrer que H est dérivable sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ et que H'(x) = $4\tan^2 x$

b) Expliciter H(x) pour x ∈ $[0, \frac{\pi}{2}[$

c) Calculer alors $I = \int_0^1 \frac{2\sqrt{t}}{1+t}dt$

4) a) Vérifier que pour x ∈ $[0, 1]$, f(x) ≥ 0.

b) Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations : x = 0, x = 1 et y = 0.

5) On a tracé ci-dessous l'arc (C) de la courbe de la fonction f : $x \longmapsto \frac{2\sqrt{x}}{1+x}$ où x ∈ [0,2]

On fait tourner l'arc (C) autour de l'axe des abscisses

Calculer le volume du solide ainsi engendré.