❖ **Exercice n°1 :** (7points)

1. Soit g la fonction définie sur]0 ; +∞[$par : g(x) = x - 1 + \frac{\ln x}{2}$

   a. Dresser le tableau de variation de g .

   b. Calculer g(1). En déduire le signe de g(x).

2. Soit f la fonction définie sur]0; +∞[par : f(x) = $\frac{2x-lnx}{2\sqrt{x}}$

   a. Montrer que pour tout $x \in$]0 ;+∞ [, f ’(x) = $\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ puis dresser le tableau de variation de f.

   b. Tracer la courbe C_f de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$ (**unité graphique = 2 cm**)

   c. Calculer à l’aide d’une intégration par partie l’intégrale J $= \int_1^2 f(x)dx$.

   En déduire l’aire ,en cm^2 ,de la partie du plan limitée par C_f et les droites d’équations :

   x = 1 , x = 2 et y = 0

3. Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$U_n = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n} f\left(1+\frac{k}{n}\right)$$

   a. Montrer que pour tout entier k tel que : $0 \le k \le n-1$,

$$\frac{1}{n}f\left(1+\frac{k}{n}\right) \le \int_{1+\frac{k}{n}}^{1+\frac{1+k}{n}} f(x)dx \le \frac{1}{n}f\left(1+\frac{k+1}{n}\right)$$

   b. Montrer que : J $+ \frac{f(1)}{n} \le u_n \le$ J $+ \frac{f(2)}{n}$

   c. En déduii $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

- **Exercice 2:** (6points)

Soit F la fonction définie sur $]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[\setminus\{0\}$ par $F(x)=\int_1^{tg^2x}\frac{dt}{\sqrt{t}(1+t)}$

1./a. Justifier l'existence de F sur $]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[\setminus\{0\}$

b. Montrer que F est paire.

c. Calculer $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

2./a. Montrer F est dérivable sur $]0;\frac{\pi}{2}[$ et calculer F ‘ (x)

b. Déduire que $\forall\ x\in]0;\frac{\pi}{2}[\ ,\ F(x)=2x-\frac{\pi}{2}$

c. Expliciter F(x) pour $x\in]-\frac{\pi}{2};0[$

3./a. Calculer alors $I=\int_1^3\frac{dt}{\sqrt{t}(1+t)}$

b. A l'aide d'une intégration par parties, calculer $J=\int_1^3\frac{\sqrt{t}}{(1+t)^2}dt$

- **Exercice 3:** (7points)

Soit ABCD un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ .lespoints I et J sont respectivement les milieux des segments [AB] et [AD]

1./a. Montrer qu'il existe une unique similitude directe f qui transforme D en O et C en I .

b. Déterminer le rapport et l'angle de f.

c. Construire son centre Ω

2./a. Déterminer les images des droites (BD) et (BC) par f. En déduire que : f(B) = A

b. Montrer que f(A) = J.

c.Déterminer $(f\circ f)(B)$.En deduire que $\overrightarrow{\Omega B}+4\overrightarrow{\Omega J}=\vec{0}$

3./Soit g la similitude indirecte qui transforme D en O et C en I. et soit $S_{(OI)}$ la symetrie orthogonale d'axe (OI)

a.Vérifier que $g=S_{(OI)}\circ f$

b. Déterminer g(B)

c. Déterminer les éléments caractéristiques de g.

4./ On munit le plan du repère orthonormé direct $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$

Déterminer l'expression complexe de g.