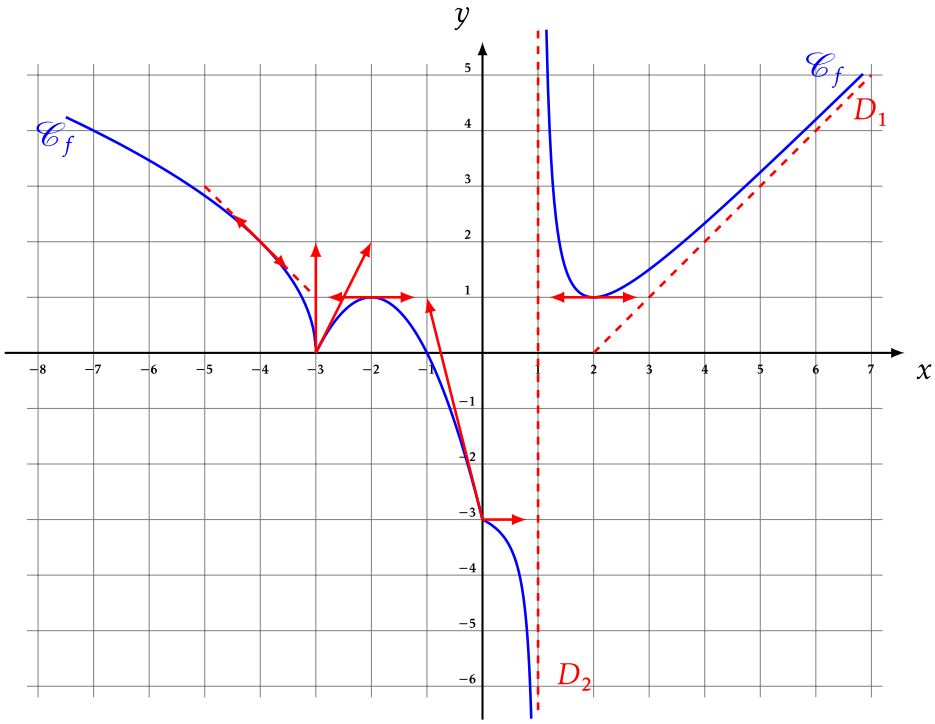
Devoir de Contrôle n°2

Exercice n°1 — 6 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

- D_1 l'asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ d'équation $y = x - 2$.
- D_2 l'asymptote parallèle $\left(O;\vec{j}\right)$ d'équation $x = 1$.
- $\mathscr{C}_f$ admet une branche parabolique de direction $\left(O;\vec{i}\right)$ au voisinage $-\infty$.



1. Déterminer les limites suivantes :

   a. $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty} f(x)$ b. $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$ c. $\lim\limits_{x\longrightarrow1^+} f(x)$

   d. $\lim\limits_{x\longrightarrow1^-} f(x)$ e. $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ f. $\lim\limits_{x\longrightarrow-3^-} \dfrac{f(x)}{x+3}$

2. Calculer

   $f'_d(-3)$ $f'(-2)$ $f'(2)$ $f'_d(0)$ $f'_g(0)$

3. f est elle dérivable en -3 et 0 ? Justifier la réponse.
4. Donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $x = -4$.
5. Soit $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$:

   a. Déterminer l'ensemble de définition de g.

   b. Calculer $g'(2)$.

   c. g est elle dérivable en 0 , justifier ?

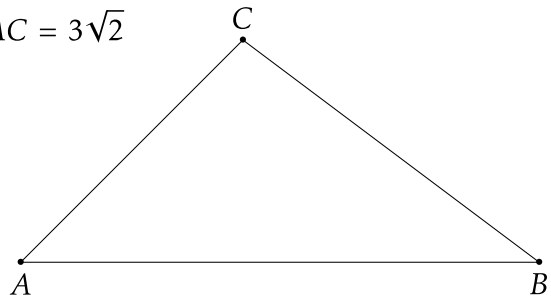
Exercice n°2 — 3,5 points

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{3x}{2x-1}$ On désigne par $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$, et que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = \dfrac{-3}{\left(2x-1\right)^2}$.
2. Soit la droite $\Delta \quad y = -3x + 3$.
   a. Montrer qu'il existe deux tangentes T_1 et T_2 à $\mathscr{C}_f$ parallèles à la droite Δ.
   b. Donner une équation cartésienne de chacune des tangentes T_1 et T_2

Exercice n°3 — 6 points

On considère dans le plan $\mathscr{P}$ un triangle ABC tel que $AB = 7$; $AC = 3\sqrt{2}$ et $BC = 5$.



1. a. Montrer que $BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
   b. Calculer alors $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
2. Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite $\left(AB\right)$.
   a. Montrer que $AH = 3$.
   b. Montrer que H est le barycentre des points pondérés $\left(A,4\right)$ et $\left(B,3\right)$.
   c. Montrer que pour tout point M du plan $\mathscr{P}$ ona : $4MA^2 + 3MB^2 = 7MH^2 + 84$.
   d. En déduire l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M de $\mathscr{P}$ tels que $4MA^2 + 3MB^2 = 112$.
3. Soit Γ l'ensemble des points M de $\mathscr{P}$ tels que $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BM} = 28$.
   a. Vérifier que le point C appartient à Γ.
   b. En déduire l'ensemble Γ.

Exercice n°4 — 4,5 points

Le plan est rapporté à un repère Orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

On considère les points $A\left(3;1\right)$, $B\left(5;3\right)$ et $C\left(-1;5\right)$.

1. Placer les points A , B et C.
2. a. Déterminer les composantes $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$
   b. Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
   c. En déduire la nature du triangle ABC.
3. Soit le cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABC.
   a. Montrer que $M\left(x;y\right) \in \mathscr{C}$ équivalent à $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} = 0$
   b. En déduire une équation cartésienne de $\mathscr{C}$
4. Soit $N\left(x;y\right) \in T$, avec T la tangente à $\mathscr{C}$ en B. Ecrire une équation cartésienne de T