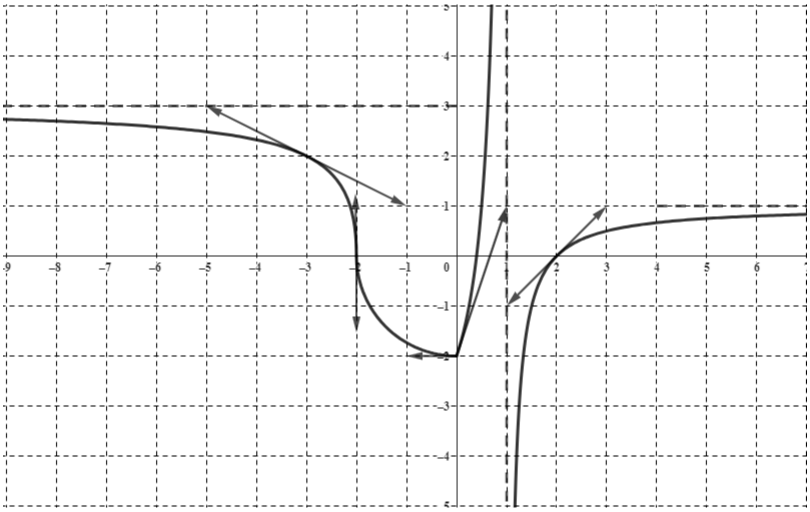
Lycée Mohamed Ali. Sfax Professeur : M Fourati	**Devoir de contrôle N°2**	Date : 14/02/2024 Classe :3Sc 2 ; Durée : 2h

Exercice1: (6pts)

On donne dans la figure ci-contre $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ d'une fonction f

Les droites : $\Delta_1 : y = 3$; $\Delta_2 : y = 1$;

et $\Delta_3 : x = 1$ sont des asymptotes à $\mathscr{C}_f$



I. Par lecture graphique

1°/Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

2°/ Déterminer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$

3°/ a- Déterminer en justifiant la réponse : $\lim\limits_{x\to-2^-} \frac{f(x)}{x+2}$ *et* $\lim\limits_{x\to-2^+} \frac{f(x)}{x+2}$

b- Déterminer en justifiant la réponse : $\lim\limits_{x\to0^-} \frac{f(x)+2}{x}$ *et* $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{f(x)+2}{x}$

c- La fonction f est-elle dérivable en 0 ?Justifier votre réponse.

4°/ a- Justifier que pour tout $x \in]-\infty;-2[$, on a :$f'(x) \le 0$ et que $f'(-3) = -\frac{1}{2}$

b-Déterminer en justifiant $f'(2)$.

II. Soit la fonction g définie sur $]-\infty;-2[$ par $g(x) = f^2(x)$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative

1°/Montrer que la fonction g est dérivable en (-3) et que $g'(-3) = -2$

2°/a- Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse (-3)

b- Déterminer une approximation affine de $g(-2{,}9)$

Exercice 2 : (7 pts)

I. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative

1°/ a- Justifier que la fonction f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$

b- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f'(x) = 6(x^2 + x - 2)$.

2°/a- Dresser le tableau de variation de f.

b- Déterminer les extrémums de f.

3°/ Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

II. Soit la fonction g définie par $g(x) = \begin{cases} f(x) & si \quad x < 0 \\ \sqrt{2x^2+1} - 2x & si \;\; x \ge 0 \end{cases}$

1°/a- Montrer que la fonction g est continue en 0

b- Justifier que la fonction g est dérivable à gauche en 0 et que $g'_g(0) = -12$

2°/a- Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{g(x)-1}{x}$. La fonction g est-elle dérivable à droite en 0 ?

b- La fonction g est-elle dérivable en 0? Justifier et Interpréter graphiquement

3°/a- Montrer que la fonction g est dérivable sur les deux intervalles $]-\infty; 0]$ et $[0; +\infty[$.

b- La fonction g est-elle dérivable sur $\mathbb{R}$? Justifier

c- Déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

Exercice 3 : (7 pts)

On considère les deux nombres complexes $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = \sqrt{3} + i$

1°/a- Calculer les deux modules $|z_1|$ et $|z_2|$

b- Vérifier que : $\arg(z_1) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$ et $\arg(z_2) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

c- En déduire l'écriture trigonométrique de z_1 et de z_2

2°/ Soit le nombre complexe $z_3 = \frac{z_2}{z_1}$

a- Déterminer la forme trigonométrique de z_3 puis $\overline{z_3}$

b- Déterminer la forme algébrique de z_3

c- On déduire $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

3°/ On donne dans le plan complexe $\mathscr{P}$ rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$les deux points A et B d'affixes respectives $z_A = z_1$ et $z_B = z_3$

a- Justifier que $OA = OB$.

b- Calculer la mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$

c- En déduire la nature du triangle OAB.