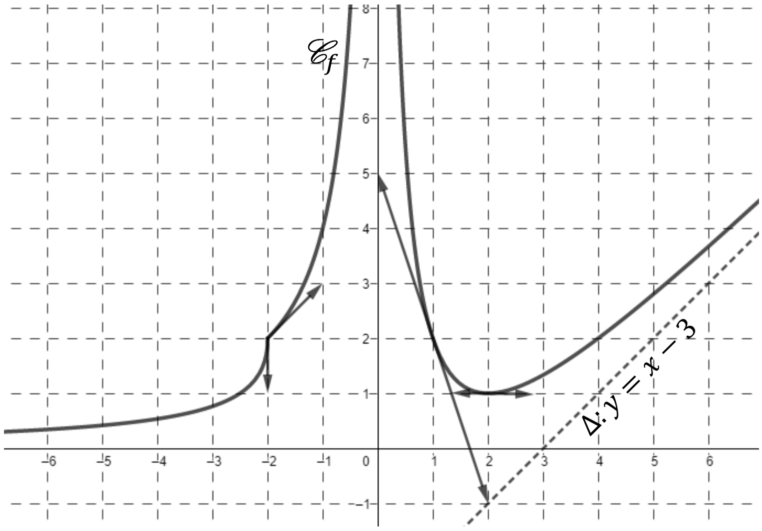
Lycée Mohamed Ali Professeur : M Fourati	**Devoir de contrôle N°2**	Date : 18/02/2023 Classe : 3Sc 2 ; Durée : 2h

Exercice1: (7pts)



Dans la figure ci-contre $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé

Les deux axes du repère et la droite $\Delta: y = x - 3$ sont les asymptotes à $\mathscr{C}_f$

I. Par lecture graphique

1°/a- Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

b- Déterminer les Intervalles où la fonction f est dérivable

2°/ Déterminer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

3°/a- Déterminer en justifiant : $\lim\limits_{x\to(-2)^-} \frac{f(x)-2}{x+2}$; $f'_d(-2)$ *et* $f'(2)$

b- La fonction f est-elle dérivable en (-2)? Justifier votre réponse.

4°/a- Justifier que $f'(x) < 0$, pour tout $x \in]0;2[$

b-Déterminer $f'(1)$ et donner une approximation affine de $f(0{,}9)$.

***II.** Soit la fonction g définie $\mathbb{R}_+^*$ par $g(x) = x.f(x) + x$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative*

1°/a-Montrer que la fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$

b- Exprimer $g'(x)$ en fonction de x; $f'(x)$ et $f(x)$

2°/a- Vérifier que la courbe $\mathscr{C}_g$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.

b- Ecrire une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 2.

Exercice 2: (6pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} + x & si\ \ x \le 1 \\ \frac{x^2-x+1}{x} & si\ \ x > 1 \end{cases}$ *et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative*

1°/ Montrer que la fonction f est continue en 1

2°/a-Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite et à gauche en 1

b- Interpréter graphiquement le résultat.

3°/a- Montrer que f est dérivable sur $]1;+\infty[$ et que $f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$ pour tout $x \in]1;+\infty[$

b- Montrer que f est dérivable sur $]-\infty;1[$ et que $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{1-x}} + 1$ pour tout $x \in]-\infty;1[$

4°/a- Justifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente T au point d'abscisse (-3)puis donner une équation cartésienne de T.

b- Vérifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente T' parallèle à T au point d'abscisse 2.

Exercice 3: (8pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.*On considère les points* $A(-1;0;0)$; $B(1;1;1)$ *et* $C(2;-4;-3)$. *Les deux vecteurs* $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\2\\-1\end{pmatrix}$ *et* $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix}$

1°/ a-Vérifier que les deux vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *ne sont pas colinéaire*

b- Déterminer une équation cartésienne du plan P *passant par* A *et dirigé par les deux vecteurs* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$

2°/soit la droite Δ *passant par* C *de vecteur directeur* $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\2\\4\end{pmatrix}$

a- Calculer $\vec{u}.\vec{w}$ *et* $\vec{v}.\vec{w}$

b- En déduire la position relative de la droite Δ *et le plan* P

c- Ecrire une représentation paramétrique de la droite Δ

Par la suite on donne $P: 3x-2y-4z+3=0$ *et* $\Delta: \begin{cases} x = 2-3\alpha \\ y = -4+2\alpha \ ; \alpha \in \mathbb{R} \\ z = -3+4\alpha \end{cases}$

3°/ a- Vérifier que $B \in P$ *et* $C \notin P$

b- Déterminer les coordonnées de H *le point d'intersection de la droite* Δ *et le plan* P

c- En déduire la distance de B *à la droite* Δ