

Devoir de contrôle N°2

Lycée Ghraiba

durée 2 heures

Exercice N° 1(7 points)

dans la figure ci-dessous , (O, \vec{i}, \vec{j}) est un repère orthonormé du plan . (φ) est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $] -1, +\infty[$.

★ la droite d'équation $x = -1$ est une asymptote à (φ) .

★ la droite (D) est une asymptote à (φ) au voisinage de $+\infty$.

★ la courbe (φ) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1 et une tangente au point d'abscisse 0 passe par le point $A(-1, 5)$

1 a Par lecture graphique déterminer $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.

b Donner une approximation affine de $f(0.01)$

2 Dans cette question on pose : pour tout $x \in] -1, +\infty[$; $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x + 1}$; ou α et β deux réels non nuls

a Montrer que pour tout $x \in] -1, +\infty[$; $f'(x) = \frac{x^2 + 2x + \alpha - \beta}{(x + 1)^2}$.

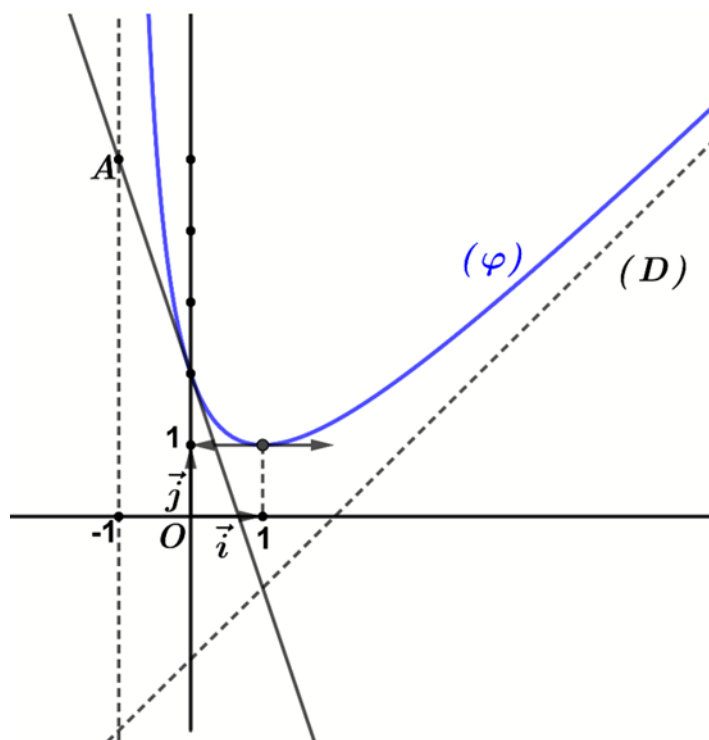
b Déterminer les deux réels α et β .

3 Dans cette question on suppose que pour tout $x \in] -1, +\infty[$; $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.

a Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$.

b Dédire l'équation de la droite (D) .

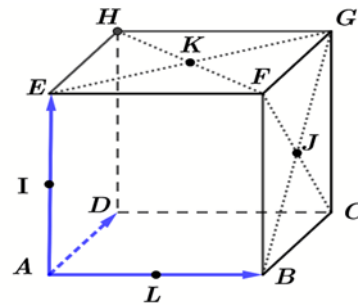
c Montrer qu'il existe une unique tangente à (C_f) parallèle à la droite d'équation : $x + y + 1 = 0$



Exercice N° 2 (3 points)

$ABCDEFGH$ est le cube représenté ci contre. I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments $[AE], [BG], [EG]$ et $[AB]$.

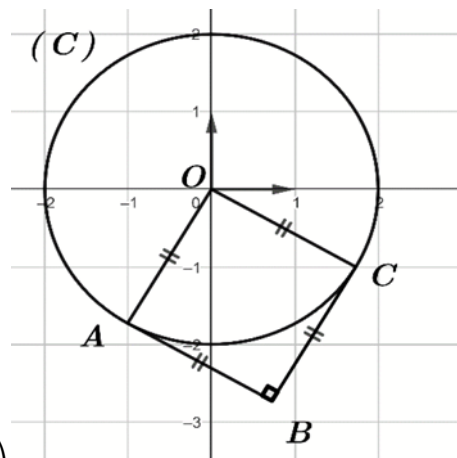
On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



- 1 Quelles sont les coordonnées des points I, J, K et L ?
- 2 Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IK}$ et \overrightarrow{IL} sont coplanaires.
- 3 Qu'en déduit-on sur les points I, J, K et L ?

Exercice N° 3 (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère la cercle (C) de centre O et de rayon 2 et les points $A \left(2, \frac{-2\pi}{3}\right)$ et $C \left(2, \frac{-\pi}{6}\right)$.



- 1
 - a Montrer que $(\widehat{OA, OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.
 - b Soit le point B tel que $OABC$ est un carré. Donner les coordonnées polaires de B .
- 2
 - a Donner les coordonnées cartésiennes de A et C .
 - b Montrer que $B \left(\sqrt{3} - 1, -1 - \sqrt{3}\right)$.
 - c En déduire les valeurs exactes de $\cos \left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin \left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

Exercice N° 4 (5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 1 - \cos(2x) - \sin(2x)$.

- 1
 - a Montrer que pour tout réel x , $f(x + \pi) = f(x)$.
 - b Calculer $f\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $f\left(\frac{3\pi}{8}\right)$.
- 2
 - a Montrer que pour tout réel x , $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
 - b En déduire que pour tout réel x , $f(x) = -2\sqrt{2} \sin(x) \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
 - c Calculer $\sin \frac{5\pi}{12}$.
- 3 Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{f(x)}{\sin 2x}$
 - a Déterminer le domaine de définition de g .
 - b Montrer que pour tout réel $x \in D_g$, on a $g(x) = \frac{-\sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos x}$.
 - c Résoudre dans $]-\pi, \pi[$ l'équation : $g(x) = -\sqrt{2}$