❄ LYCÉE 18 JANVIER DJEBNIANA❄ ❄

DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

3 ÈME Sc-Exp 2

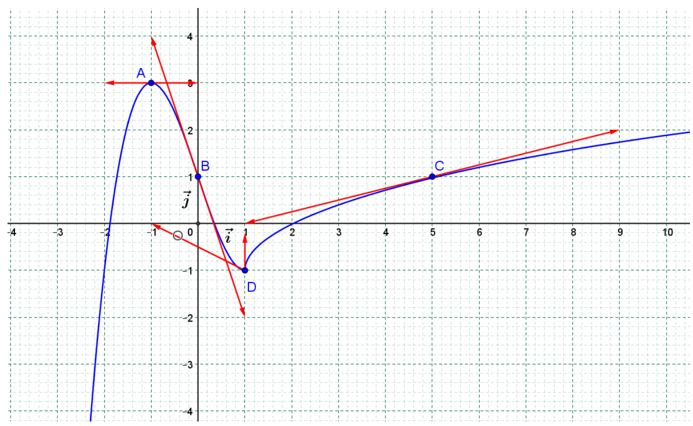
DATE : 31/01/2024 DURÉE : 2H

✍ PROF : BENMBAREK MAHMOUD ✍

EXERCICE N° 1 ❄ 5.5 points ❄

Dans la figure ci-contre, on a représenté dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

- $\mathscr{C}$ admet au point d'abscisse 1 deux demi-tangentes.
- $\mathscr{C}$ admet aux points d'abscisses -1, 0 et 5 des tangentes.
- $\mathscr{C}$ admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées et au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de l'axe des abscisses.



1. Déterminer :

   a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ b. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ c. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ d. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

2. Déterminer :

   a. $f'(-1)$ b. $f'(0)$ c. $f'(5)$ d. $f'_g(1)$ e. $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{f(x)+1}{x-1}$

3. Donner une approximation affine de $f(4.999)$.

4. Déterminer $\lim\limits_{x\to5} \dfrac{5f(x)-xf(5)}{x-5}$

EXERCICE N° 2 ❄ 5.5 points ❄

Les deux questions sont indépendantes :

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^2+ax+b}{x^2+1}$ où a et b sont dés réels. On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

   a. Montrer que pour tout réels x, on a : $f'(x) = \dfrac{-ax^2+(4-2b)x+a}{(x^2+1)^2}$.

   b. Déterminer les réels a et b pour que $\mathscr{C}$ admette en son point d'abscisse (-1) pour tangente la droite Δ dont une équation est : $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$.

2. a. Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et soit α un réel donné.

   Montrer que $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{x.g(\alpha)-\alpha g(x)}{x-\alpha} = g(\alpha) - \alpha.g'(\alpha)$.

   b. En déduire $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{64x-2\left(2x^2-6\right)^6}{x-2}$

Exercice N° 3 ❄ 4 points ❄

Soit le nombre complexe $a = \dfrac{5+3i\sqrt{3}}{2\left(1-2i\sqrt{3}\right)}$.

1. Ecrire a sous forme algébrique.
2. a) Vérifier que $a^2 = \overline{a}$.
   b) En déduire a^3.
   c) Montrer que $1 + a + a^2 = 0$.
3. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{u}, \vec{v}\right)$, on donne les points A_1, A_2 et A_3 d'affixes respectives 1, a et a^2.
   Montrer que le triangle $A_1A_2A_3$ est équilatéral de centre O.

Exercice N° 4 ❄ 5 points ❄

Dans l'annexe ci-jointe, $\left(O; \vec{u}, \vec{v}\right)$est un repère orthonormé direct du plan, $\mathscr{C}$ est le cecle de centre O et de rayon 3.

1. Soit Q le point d'affixe $\sqrt{5} + 2i$.
   a) Montrer que le point Q appartient à $\mathscr{C}$.
   b) Construire alors le point Q.
2. Soient A et B les points d'affixes respectives les nombres complexes :
   $a = \left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)$ et $b = \left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}\right)$.
   a) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.
   b) Vérifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OQ}$.
   c) En déduire que le quadrilatère $OAQB$ est un losange.
   d) Construire alors les points A et B.

« ... Croyez en vos rêves et ils se réaliseront peut-être. Croyez en vous et ils se réaliseront sûrement... ».
Martin Luther King

Feuille annexe à rendre avec la copie

Nom et Prénon : .... Classe : ....N° : ....

Exercice 4