| | | |
|---|---|---|
| **Lycée secondaire Ibn Sina Grombalia** ***** **Devoir de contrôle n°2** ***** **2023/2024** | ***Prof : Mr. Ben Chaabene Ezzeddine*** | |
| | **Épreuve : Mathématique** | |
| **3ème Maths** | **Durée : 2h** | **13-02-2024** |

## *Exercice N°1 : (06pts)*

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\ ;\ -3\}$ par $f(x) = \frac{-x^2-2x+6}{x^2+3x}$ et on désigne par $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) On se propose de déterminer les réels a ; b et c tels que $f(x) = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x+3}$ pour tout $x \neq 0$ et $x \neq -3$
   a) Calculer $\lim\limits_{x \to -3} (x+3) f(x)$ et en déduire la valeur de $c$
   b) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} x f(x)$ et en déduire la valeur de $b$
   c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et en déduire la valeur de $a$
2) Etudier les variations de $f$
3) Tracer $(C_f)$
4) Soit m un réel :
   Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de $(C_f)$ avec la droite d'équation y=m

## *Exercice N°2 : (05pts)*

Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = -x^3 + 3x - 2$ et $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) Etudier les variations de $f$
2) a) Montrer que le point $I(0\ ;\ -2)$ est un centre de symétrie de $(C_f)$
   b) Donner une équation de la tangente à $(C_f)$ au point I
   c) Etudier la position relative de $(C_f)$ par rapport à T
3) a) Etudier les branches infinie de $(C_f)$
   b) Tracer $(T) et\ (C_f)$
   c) Donner le signe de $f(x)$

## *Exercice N°3: (05pts)*

Soit le nombre complexe $a = \frac{-2}{1+i\sqrt{3}}$

1) a) Ecrire $a$ sous forme algébrique
   b) Montrer que $a^2 = \bar{a}$ et que $1 + a + a^2 = 0$
   c) Ecrire $a$ sous forme trigonométrique.
2) a) Vérifier que $z^2 - 2\sqrt{2}z = (z - \sqrt{2})^2 - 2$
   b) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$
3) Soit $b = 1 - i$
   a) Ecrire b sous forme trigonométrique.
   b) En déduire la forme trigonométrique du nombre complexe $C = \frac{\bar{a}}{b^3}$
   c) Déterminer alors les valeurs exactes de $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ $et$ $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

## *Exercice N°4 : (04pts)*

Dans le plan orienté ; on considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A de sens direct, on pose I le milieu du segment $[BC]$ et $\Delta$ la droite perpendiculaire à $(BC)$ passant par $C$ qui coupe $(AB)$ en $D$.

Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1) a) Déterminer R(B)
   b) Déterminer les images des droites (AC) et (BC) par R
   c) Déduire R(C)
2) Caractériser ROR puis déduire que A est le milieu du segment $[BD]$
3) Soit E le point tel que le triangle AEB soit équilatéral direct.
   a) Montrer qu'il existe une unique rotation R' transformant B en A et E en D
   b) Préciser l'angle de R' et construire son centre $\Omega$