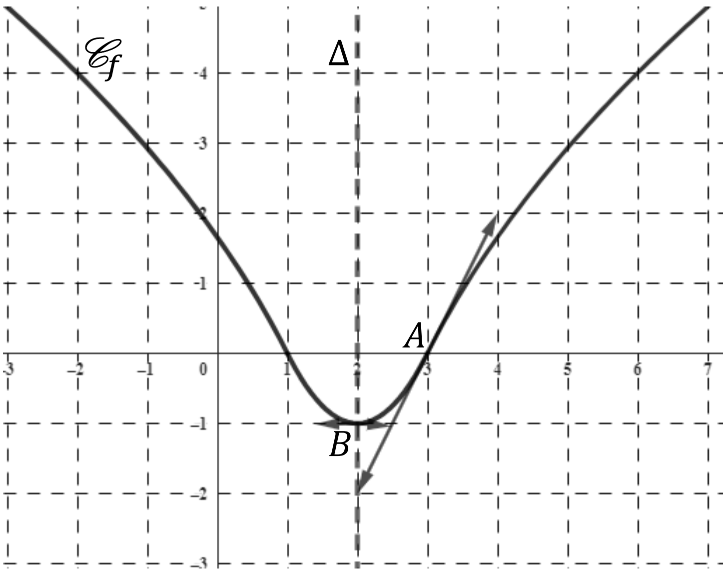
Lycée : Mohamed Ali Profs : Fourati Ali et Derbel Louati Nada	**Devoir de contrôle N°2** *Épreuve: Mathématiques*	Date : 10/02/2025 Durée : 2 h Classe: $3^{ième}$ Tech 1et2

EXERCICE N°1 : (4pts)

Dans la figure ci-contre on a tracé $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite Δ: $x = 2$ est un axe de symétrie de $\mathscr{C}_f$.

Les tangentes au points $A(3;0)$ et $B(2;-1)$

$\mathscr{C}_f$ admet au voisinage de $(+\infty)$ une branche parabolique de direction celle de l'axe des abscisses.



1°/ Justifier que :

a) $f(3) = 0$

b) $f'(3) = 2$

c) $f''(3) = 0$

2°/ a- Pour tout réel x, écrire $f(4-x)$ à l'aide de $f(x)$

b- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f'(4-x) = -f'(x)$.

c- En déduire $f'(1)$

3°/ a- Déterminer :$f'(2)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

b- Dresser le tableau de variation de la fonction(y-compris le signe de f')

Exercice 2 : (7pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé

1°/a- Justifier que la fonction f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$

b- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f'(x) = 3x(x-2)$

c- Dresser le tableau de variation de f.

2°/ On donne le point $I(1,-2)$

a- Ecrire une équation de la tangente T en I.

b- Montrer que I un point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$

c- Montrer que le point I et un centre de symétrie $\mathscr{C}_f$

3°/ a- Déterminer les branches infinies de $\mathscr{C}_f$

b- Construire T et $\mathscr{C}_f$

4°/Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x.|x^2 - 3x|$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe

a- Montrer que pour tout $x \in]-\infty;0] \cup [3;+\infty[$,on a : $g(x) = f(x)$

b- Montrer que pour tout $x \in [0;3]$,on a : $g(x) = -f(x)$

c- Déduire à partir $\mathscr{C}_f$ le tracé $\mathscr{C}_g$

Exercice 3 : (5pts)

Soit les deux nombre complexes $z_1 = 2 + 2i$ *et* $z_2 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

1°/a- *Vérifier que* $z_1 z_2 = (1-\sqrt{3}) + i(1+\sqrt{3})$ *et* $z_1\overline{z_2} = (1+\sqrt{3}) + i(1-\sqrt{3})$

b- *Calculer le module* $|z_1|$ *et déterminer un argument de* z_1

c- *Montrer que* $z_2 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$

d- *Déterminer la forme trigonométrique de* $z_1 z_2$

2°/ *Le plan complexe est apporté à un repère orthonormé* $(O;\vec{u};\vec{v})$*.Les points* A *,* B *et* C *d'affixes respectives* $z_A = z_1$; $z_B = z_1 z_2$ *et* $z_C = z_1\overline{z_2}$

a- *Montrer que* $OA = OB = OC$

b- *Montrer que* $\left(\widehat{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

c- *En déduire la nature du triangle* OAB.

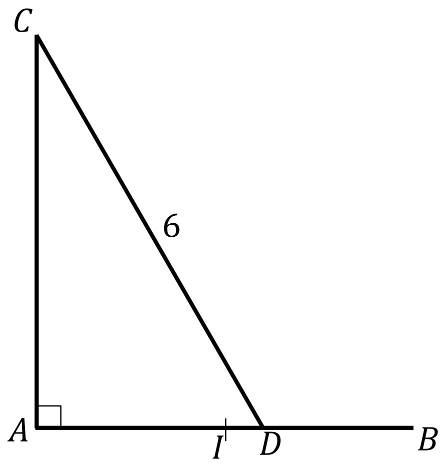
3°/ a- *Vérifier que* $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CA}$

b- *En déduire que* $ABOC$ *est un losange*

Exercice 4 : (4pts)

Dans la figure ci-contre $[AB]$ *est un segment de milieu* I *tel que* $AB = 5$. $D \in [AB]$ *tel que* $BD = 2$

C *un point de la droite perpendiculaire à* (AB) *en* A *tel que* $DC = 6$



1°/ a- *Calculer* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

b- *Montrer que* $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC} = -6$

c- *En déduire la mesure de l'angle* $\widehat{BDC}$

2°/ *Soit l'ensemble* $\Gamma = \{M \in P; tel\ que\ MA^2 + MB^2 = 13\}$

a- *Vérifier que* $D \in \Gamma$

b- *Monter que pour tout* $M \in P$*,on a :* $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 2IA^2$

c- *Déterminer l'ensemble* Γ