Exercice N .01(04 points)

1) a) Soit n ∈ N*. Vérifier que $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}=\frac{2}{n(n+2)}$

b) En déduire la valeur de la somme suivante :

$$S=\frac{2}{1x3}+\frac{2}{3x5}+\frac{2}{5x7}+\frac{2}{7x9}+\cdots+\frac{2}{2011x2013}.$$

2) Calculer

$$A=\left(2-\frac{1}{3}\right)\left(2-\frac{2}{3}\right)\left(2-\frac{3}{3}\right)\left(2-\frac{4}{3}\right)x\ldots\ldots\ldots\ldots x\left(2-\frac{10}{3}\right).$$

$$B=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)x\ldots\ldots\ldots\ldots x\left(1-\frac{1}{10}\right).$$

Exercice.02(08points)

On donne les réels x et y suivants : $x=3-2\sqrt{2}$ et $y=3+2\sqrt{2}$.

1) Calculez $(x\times y)$.
2) Déduisez que x et y sont des inverses.
3) Calculez alors le réel : $M=x^2y^3-x^3y^2$.
4) Développez $(1-\sqrt{2})^2$ et $(1+\sqrt{2})^2$.
5) Déduisez alors $\sqrt{x}$ et $\sqrt{y}$.
6) Montrez que $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{2}}$ est un entier naturel.

Exercice.03 (08 points)(L'unité est le cm)

Soit ABC un triangle tels que AB=4 ,AC=6 et BC=8.soit M un point de [AB] telque AM=1.

1)a-Construire le point N de[AC] telque AN=$\frac{1}{4}$ AC .

b-Montrer que les droites (MN) et (BC) sont paralleles .

c- Montrer que MN=2.

2) Les droites (MC) et(BN) se coupent en I ,et la parallele a (BC) passante par I coupe (AB) en J.

a-Montrer que $\frac{IJ}{MN}=\frac{BJ}{BM}$ puis $\frac{IJ}{BC}=\frac{MJ}{MB}$

b-En deduire que $\frac{IJ}{MN}+\frac{IJ}{BC}=1$

c-Calculer IJ puis MJ .

On considère deux réels x et y tels que : $-4 \leq x \leq -\frac{5}{2}$ et $\frac{1}{3} \leq y \leq 2$

1) Donner un encadrement de x^2 , $-2y^2+1$, $-2xy+3$ et $\frac{-4}{x-y}$

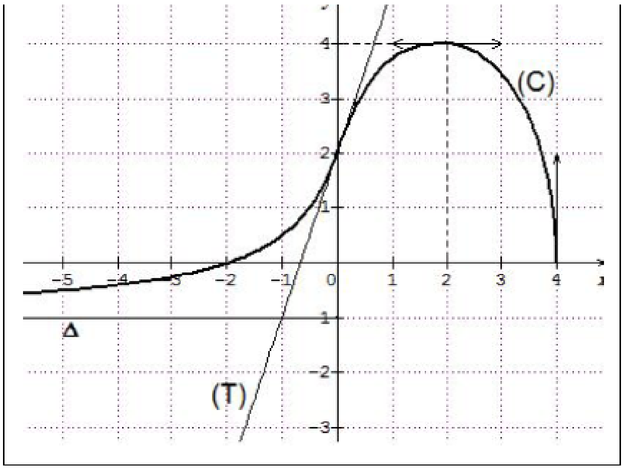
2) On pose $A = \frac{2x+7}{x+6}$

   a) Vérifier que $x+6 \neq 0$

   b) Montrer que $A = 2 - \frac{5}{x+6}$

   c) En déduire un encadrement de A.

On donne ci-contre la représentation graphique (C) d'une fonction f définie sur $]-\infty , 4]$. La droite $\Delta : y = -1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.
La tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 passe par le point $A(-1, -1)$.
Répondre en utilisant le graphique.



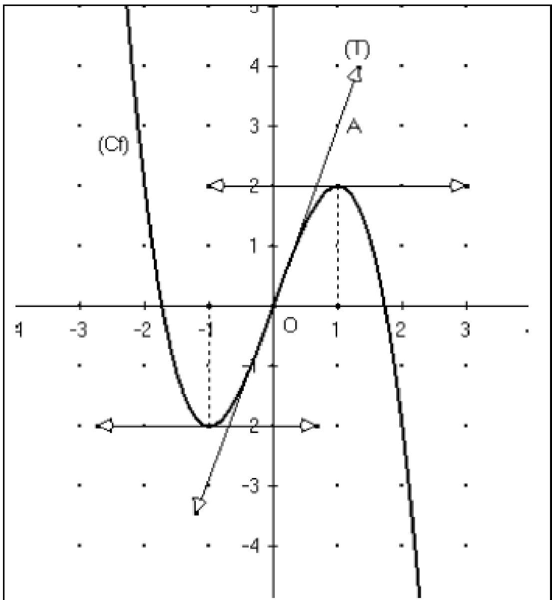
1°) Donner une équation de la tangente (T)

2°) Déterminer $\lim\limits_{x \to 4^-} \frac{f(x)}{x-4}$.

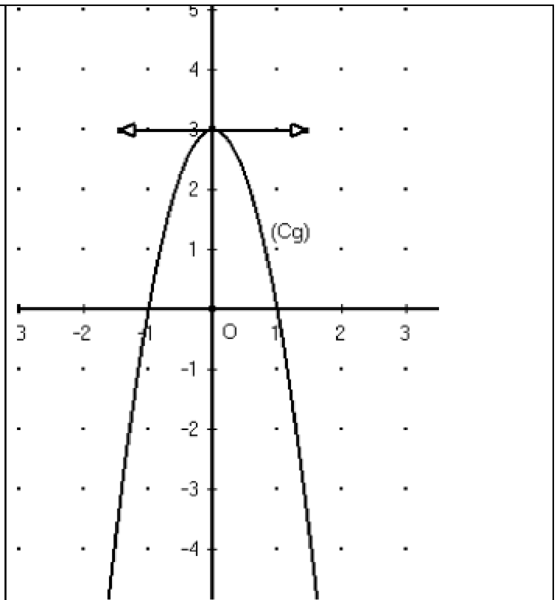
3°) Déterminer $(f \circ f)'(0)$.

4°) Justifier l'existence d'un point de (C) d'abscisse comprise entre 0 et 2 où la tangente à (C) est parallèle à la droite d'équation y = x.

Exercice.02



Courbe de f



Courbe de g

Les courbes (Cf) et (Cg) ci-dessus représentent deux fonctions f et g définies et dérivables sur IR et tel que l'une est la fonction dérivée de l'autre.

La tangente (T) à la courbe de f au point O(0,0) passe par le point A(1,3).

1) Déterminer en justifiant votre réponse quelle est la courbe de la fonction et laquelle de la fonction dérivée.

2) a)Calculer en justifiant votre réponse : f' (-1), f' (1) et f' (0).

b) Que représente le point O pour la courbe (Cf).

c) Dresser le tableau de variation de f.

3) Soit la fonction h définie sur [0,Π] par h(x) = f(Sinx).

a) Montrer que h est dérivable sur [0,Π] et calculer h'(x).

b) Dresser le tableau de variation de h.

Elassidi Nasr