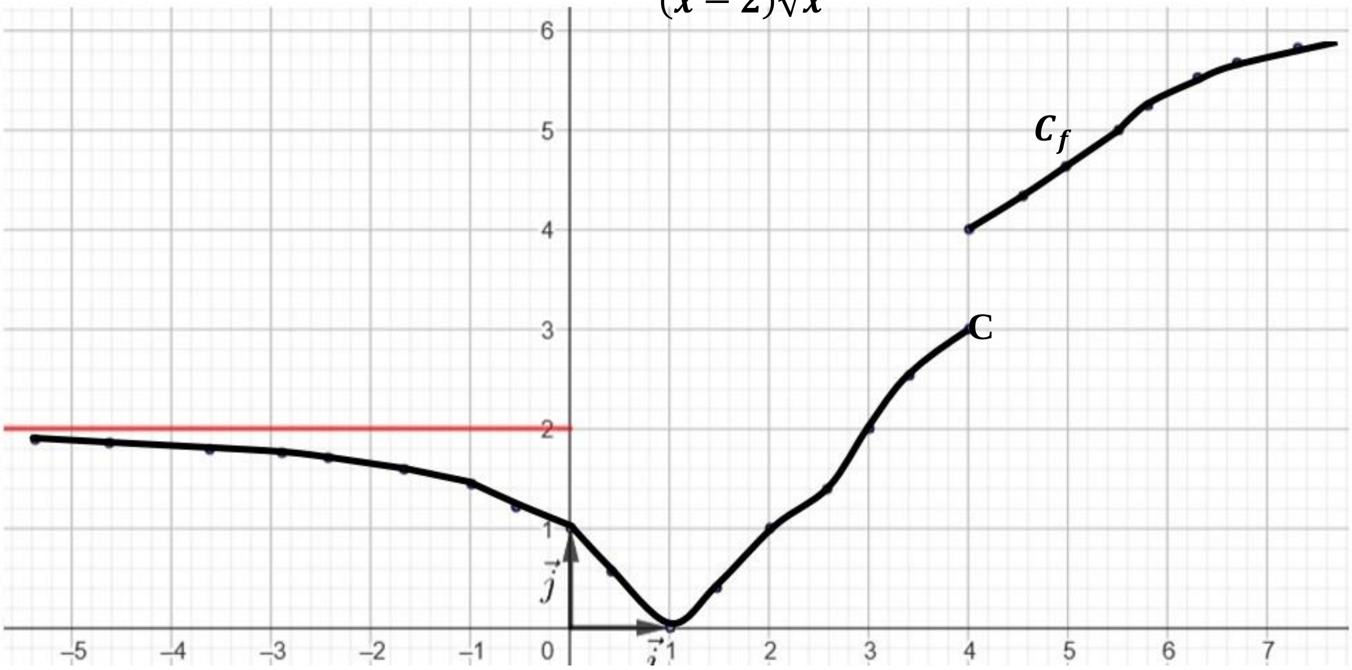
Prof : M^{me} S Y	**Devoir de contrôle 1**	**Lycée 2 Mars 1934 Ksar Hellal**
4ème Sc Exp	**Mathématiques**	**durée 2 h** **année 22/23**

Exercice 1

On considère la fonction f dont la courbe C_f est représenté ci-dessous, et on pose

$$g(x) = \frac{1}{(x-2)\sqrt{x}}$$



A) Donner la bonne réponse pour chacune des questions suivantes (avec justification).

1) a) $D_g = \mathbb{R}_+^*\backslash\{2\}$; b) $D_g = \mathbb{R}_+\backslash\{2\}$; c) f est continue sur $\mathbb{R}$

2) a) f est continue sur $]-\infty\,,4]$ b) f est continue sur $[4\,,+\infty[$

c) f est continue sur à gauche en 4

3) $D_{g\,o\,f}$: le domaine de définition de $g\;o\;f$ est :

a) $D_{g\,o\,f} = \mathbb{R}$; b) $D_{g\,o\,f} = \mathbb{R}\backslash\{1\,,3\}$; c) $D_{g\,o\,f} = \mathbb{R}_+^*\backslash\{2\}$

4) $f\;o\;f(2) =$

a) 1 ; b) 0 ; c) n'existe pas

5) $\lim\limits_{x\to4^+} g\;o\;f(x) =$

a) 4 ; b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; c) $\frac{1}{4}$

6) $\lim\limits_{x\to-\infty} g\;o\;f(x) =$

a) $-\infty$; b) $+\infty$; c) 2

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+x+9}+2x & \text{si } x \leq -1 \\ f(x) = 4\left(\frac{\sqrt{x+5}-2}{x+1}\right) & \text{si } -1 < x < 0 \\ f(x) = \frac{1+\sqrt{x}\cos x}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1) Etudier la continuité de f en 0.

2) a) Etudier la continuité de f à gauche en (-1).

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 1$

c) f est-elle continue en 1 ?

3) a) Montrer que pour tout tout $x \geq 0$; $\frac{1-\sqrt{x}}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{1+\sqrt{x}}{x+1}$

b) Trouver alors $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

c) Calculer alors $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

4) a) Montrer que f est continue sur $[0\,,+\infty[$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution $\alpha \in \,]0\,,\pi[$.

c) Montrer que $\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{\alpha}}$

Exercice 3

Dans la page 3. Le repère $(O\,,\vec{u}\,,\vec{v})$ est à un repère orthonormé.

I) Soit $z_1 = 1+i$ et $z_2 = 1+i\sqrt{3}$

1) Ecrire $z_1 \times z_2$ sous la forme algébrique.

2) Ecrire z_1 et z_2 sous la forme exponentielle puis écrire $z_1 \times z_2$ sous la forme

Exponentielle.

3) En déduire la valeur exacte de $\cos\frac{7\pi}{12}$

II) On note les points $A\left(1+i\sqrt{3}\right)$; $B(1+i)$ et $C\left(i\sqrt{2}\right)$.

1) Marquer (dans la page 3) les points A et B.

2) a) Vérifier que les points B et C appartiennent à un même cercle de centre O.

b) Marquer alors le point C.

3) Soit D le point d'affixe $z_D = 1+i\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$.

a) Montrer que $OADC$ est parallélogramme.

b) Construire le point D.

4) Soit le point $E\left(\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{4}}\right)$

Montrer que les points , E et B sont alignés puis construire le point E.

5) **Déterminer les ensembles suivants :**

$F=\left\{M(z)/\left|z-i\sqrt{2}\right|=|\overline{z}|\right\}$

$G=\left\{M(z)/\dfrac{z-i\sqrt{2}}{iz}\in\mathbb{R}\right\}$