Devoir de contrôle n 1

Exercice n 1 (4 points)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. Si $\widehat{(\vec{u},\vec{v})} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ alors $\widehat{(-2\vec{v},3\vec{u})}$ est égale à :

   a $-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ **b** $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ **c** $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

2. Si $f(x) = \sqrt{x^2-4} + \sqrt{1+x}$, alors l'ensemble de définition de f est :

   a $[2,+\infty[$ **b** $]-\infty,2]$ **c** $]-1,2]$

3. Si $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ sont trois vecteurs du plan tels que $\widehat{(\vec{u},\vec{v})} = -\frac{31\pi}{6} + 2k\pi$ et $\widehat{(\vec{w},\vec{v})} = \frac{59\pi}{6} + 2k\pi$ $,k \in \mathbb{Z}$, alors :

   a $\vec{u} \perp \vec{w}$ **b** $\vec{u} = \vec{v}$ **c** $\vec{u}$, et$\vec{w}$ sont colinéaires

4. Soit $f(x) = \frac{x^2+x-6}{2x-4}$ et $g(x) = \frac{\sqrt{3-x}-1}{x-2}$ alors :

   a $2\lim\limits_{x\to2} f(x) + 5\lim\limits_{x\to2} g(x) = 0$ **b** $5\lim\limits_{x\to2} f(x) + 2\lim\limits_{x\to2} g(x) = 0$ **c** $\lim\limits_{x\to2} f(x) + 5\lim\limits_{x\to2} g(x) = 0$

Exercice n 2 (5 points)

ABC est un triangle isocèle de sommet principal A tels que : $\widehat{(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})} = \frac{77\pi}{12} + 2k\pi$ et $AB = 4$ cm .

1. Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})$.

2. Justifier que $\widehat{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi,\quad k \in \mathbb{Z}$ puis faire une figure.

3. Soit D le point tel que :

$$\begin{cases} \widehat{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})} = -\frac{65\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ AD = AB \end{cases}$$

   a Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$.

   b En déduire que A est le milieu du segment $[DC]$.

4. Montrer que (BC) et (BD) sont perpendiculaires.

5. Déterminer toutes les mesures de l'angle $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$ comprises entre -3π et 2π.

Exercice n 3 (7 points)

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$. Soit C_g la courbe de g dans un repère orthonormé.

1. **a** Déterminer l'ensemble de définition de g.

   b Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2. **a** Vérifier que pour tout $x \in D_g$, on a : $g(x) = \frac{1}{2+\sqrt{x+3}}$.

   b Étudier alors le sens de variation de g.

   c Montrer que pour tout $x \in D_g$, $g(x) \le \frac{1}{2}$. Déduire que $g(x)$ est bornée.

3 Soit la fonction f définie par :

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+1}-x+\frac{1}{2}, & \text{si } x\leq -4,\\ \frac{x^2-x-12}{x+3}, & \text{si } -4<x\leq -3,\\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}, & \text{si } x\geq -3.\end{cases}$$

Soit C_f sa courbe dans le même repère orthonormé.

a Montrer que f est définie sur $]-\infty,-4]\cup]-4,-3[\cup([-3,+\infty[\setminus\{1\})$.

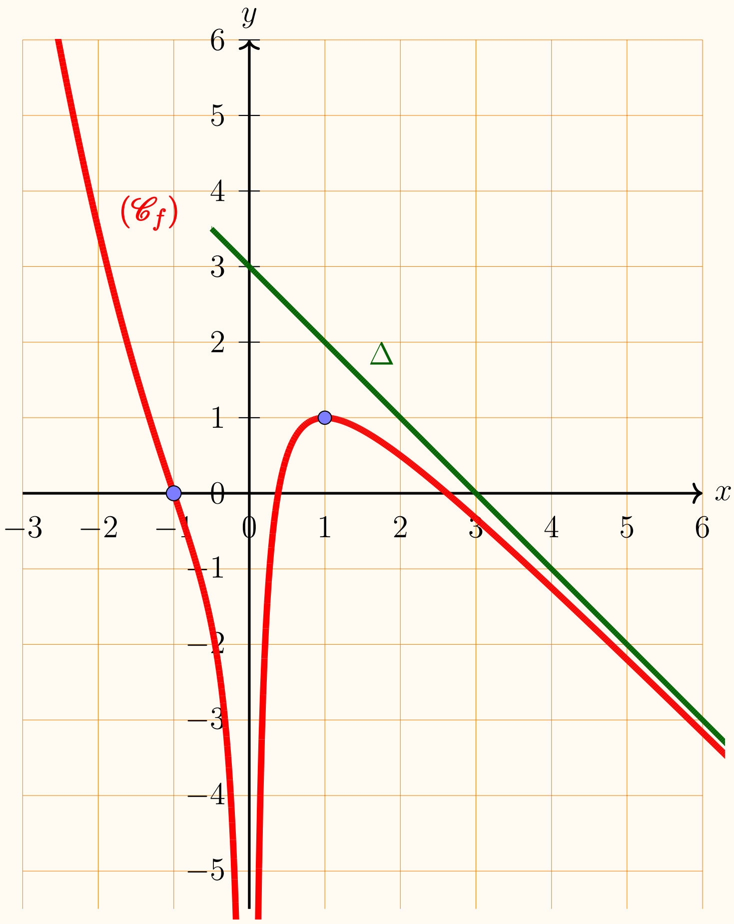
b Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+2x-\frac{1}{2}\right)=0$.

c Interpréter graphiquement le résultat.

d Calculer $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ et comparer $\lim\limits_{x\to-3^-} f(x)$ et $f(-3)$.

Exercice n 4 (4 points)

Le graphique ci-contre représente la courbe $(\mathscr{C}_f)$ d'une fonction f dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{i},\ \vec{j}\right)$. $(\mathscr{C}_f)$ admet une branche infinie de direction $(\mathrm{O}\ ,\vec{j}\ )$



1 Déterminer le domaine de définition de f .

2 a Etudier $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$. La justification est exigée .

b Déterminer les réels a et b tels que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(ax+b)=0$

3 Donner le tableau de variation de f