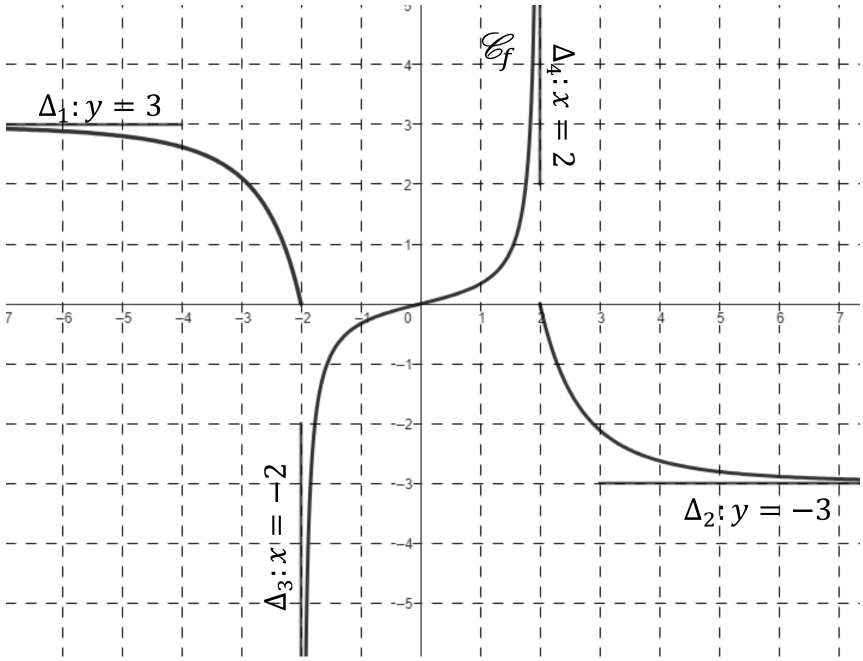
Lycée Mohamed Ali Professeur : M Fourati	**Devoir de contrôle N°1**	Date : 04/11/2024 Classe: 3Tech1; Durée : 2h

Exercice 1 : (6pts)

La figure ci-dessous est la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.Les droites $\Delta_1 : y = 3$; $\Delta_2 : y = -3$; $\Delta_3 : x = -2$; et $\Delta_4 : x = 2$ sont quatre asymptotes à $\mathscr{C}_f$



I. Par lecture graphique

1°/a- Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

b-Déterminer ,en justifiant, la parité de la fonction f.

c- Déterminer les variations de la fonction f .

2°/a- Déterminer :

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to(-2)^-} f(x)$; $\lim_{x\to(-2)^+} f(x)$

$\lim_{x\to2^-} f(x)$; $\lim_{x\to2^+} f(x)$

b- Justifier que : $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)+3} = +\infty$

II. *Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{x^2+1}{f(x)}$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative*

1°/ Déterminer D_g l'ensemble de définition de g

2°/a- Calculer : $\lim_{x\to2^-} g(x)$.

b- Calculer : $\lim_{x\to2^+} f(x)$ *. Interpréter graphiquement le résultat.*

c- la fonction g admet-elle une limite en 2 ? Justifier

3°/a- Calculer $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$

b- *Interpréter graphiquement le résultat.*

Exercice 2 : (7pts)

Soit la fonction f *définie par* $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x^2-2x} & si\ x < 2 \\ \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2} & si\ x > 2 \end{cases}$

On désigne par $\mathscr{C}_f$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\ \vec{\imath}\ ; \vec{\jmath})$

1°/ Déterminer l'ensemble de définition de f

2°/ a-Montrer que pour tout $x \in]2; +\infty[$: *on a* $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}$

b- Déterminer le sens de variation de f *sur* $]2; +\infty[$

3°/a- Calculer : $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$

b- La fonction f *admet-elle une limite en* 2 *? Justifier*

4°/a- Calculer : $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

b- Interpréter graphiquement le résultat.

5°/a- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. *Interpréter graphiquement le résultat.*

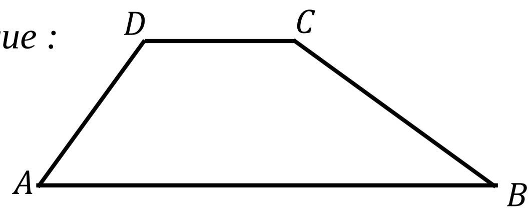
b- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

6°/a-Montrer que pour tout $x \in]-\infty; 0[$: *on a* $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x}$

b- En déduire que la droite $\Delta: y = x + 2$ *une asymptote à* $\mathscr{C}_f$ *au voisinage de* $(-\infty)$.

Exercice 3 : (3pts)

Dans le plan orienté $\mathscr{P}$, *on donne un trapèze* $ABCD$ *tel que :*



$\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) = \frac{3\pi}{10} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ *et*

$\left(\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}}\right) = -\frac{104\pi}{5} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

1°/a- Vérifier que $\frac{83\pi}{10}$ *est une mesure de l'angle orienté* $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$

b- Déterminer la mesure principale de l'angle orientés $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right)$

2°/a- Montrer que : $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}}\right) = -\frac{\pi}{5} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

b- Calculer $\left(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}}\right)$ *puis déduire la position relative des droites* (AD) *et* (BC)

Exercice4: (4pts)

Soit la fonction f *définie sur* $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

1°/ a- Calculer $f(0)$ *et* $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

b- Montrer que $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin\frac{\pi}{12}$

2°/a- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ *, on a :* $f(x) = \frac{1+\sqrt{3}}{2}(\cos x - \sin x)$

b- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ *, on a :* $f(x) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

3°/En déduire la valeur exacte de $sin\frac{\pi}{12}$